

# **Problemas de localización y rutas con entrega mixta de vehículos convencionales y drones**



**Andrea Coronas Alagón**

**Trabajo de Fin de Máster en Modelización  
e Investigación Matemática, Estadística y  
Computación**

**Universidad de Zaragoza**

**Directora del trabajo: María del Carmen Galé Pola  
4 de diciembre de 2020**



# Prólogo

En los últimos años, los drones desempeñan un papel cada vez más importante en los sistemas logísticos, tanto en la investigación académica como su aplicación en sistemas reales. Las empresas de la industria logística participan activamente para explotar el potencial de los drones en la entrega de paquetes. Además, los drones se han utilizado con éxito en otros sectores diferentes al logístico, públicos y privados, como el sector de la energía, la agricultura o la protección del medio ambiente. Asimismo, se han utilizado para dar respuesta en situaciones de emergencia.

Recientemente, en un esfuerzo por reducir costes y tiempos de entrega, en la literatura se han estudiado modelos que integran drones en las operaciones de entrega de mercancía. Esto se debe a que los drones generalmente se mueven más rápido entre dos ubicaciones que los camiones, ya que no están restringidos a la red de carreteras y la congestión de las ciudades. Asimismo, los drones consumen mucha menos energía y resultan más respetuosos con el medio ambiente. Sin embargo, la capacidad de carga y el rango de vuelo de los drones, restringen las operaciones de entrega en comparación con una entrega convencional mediante camión. En consecuencia, debido a la naturaleza complementaria de ambos tipos de vehículos, la integración de los drones en las entrega mediante camión puede generar grandes ventajas en los problemas de reparto de mercancía.

Con el objetivo de valorar los beneficios del uso de los drones, el presente Trabajo Fin de Máster pretende abordar el problema de planificación de la entrega de pedidos a un conjunto de clientes utilizando una flota de drones que opera desde un solo camión. De esta manera, el fin último de este trabajo es diseñar las rutas óptimas tales que se atienda a todos los clientes y se logre un coste y/o tiempo de finalización mínimo, atendiendo a las limitaciones de cada medio de transporte.

En el primer capítulo de esta memoria se lleva a cabo un estudio sobre el sector de los drones, y se realiza una revisión bibliográfica de la literatura relacionada con el uso de los drones en los problemas de localización y rutas. A continuación, en el segundo capítulo, se construyen varios modelos de optimización matemática para abordar el problema con diferentes funciones objetivo. Primero se plantean dos modelos para minimizar el coste operativo y el tiempo de finalización, a continuación se trata el problema biobjetivo, después se adaptan los modelos originales para permitir múltiples entregas, y finalmente se establecen desigualdades válidas para acelerar el tiempo de computación. Por último, en el tercer capítulo se aplican los modelos anteriores a un caso práctico, donde se ha seleccionado una zona de cobertura en la provincia de Huesca y se han planteado diversos escenarios para validar el funcionamiento de los modelos y establecer los beneficios que implica incorporar el uso de drones en el reparto de la mercancía.



# Abstract

The technological and scientific development of the last decades has allowed to achieve efficient and faster operational delivery costs. With the growing demand and expectations of consumers, these costs have become a crucial aspect of the purchase decision.

However, the reliance on vans or trucks in these operations has not changed for decades. The traditional process of delivering goods is not efficient in the long term, due to increasing traffic congestion and the expectations and needs of the environment around us. As a result, the integration of Unmanned Aerial Vehicles (UAVs), commonly called drones, provides competitive advantages among companies and allows addressing many operational challenges.

Recently, drones have started to play an increasing role in logistic systems in both, academic research and practical context. Several companies in the logistic industry are actively investigating the potentials of drones for delivery operations. Furthermore, drones have been successfully applied in many public and private sectors including energy, agriculture, environmental protection, and emergency response.

On this account, several problems have been proposed in the literature that integrate drones in delivery operations, in an effort to reduce costs and delivery times. Due to their relatively low operating cost, less pollution, and congestion-free air route, drones are a viable and attractive alternative for such operations. However, limitations on the capacity and flight range of drones restrict delivery operations compared to conventional truck delivery. Consequently, due to the complementary nature of trucks and drones, the integration of the latter in truck deliveries could generate great advantages in all of the above problems.

In order to assess the possible benefits of the use of drones, this work aims to address the problem of delivering orders to a set of customers using a fleet of drones that operates in conjunction with a single truck. In this way, the ultimate goal of this work is to design optimal routes such that all customers are served and a minimum cost and / or completion time is achieved, taking into account the limitations of these means of transport.

In Chapter 1, a study is first carried out on the drone sector, analyzing its application and limitations in delivery operations in recent years. This is followed by a literature review of the application of drones to location and routing problems. To be precise, research based on the Travelling Salesman Problem (TSP) and the Vehicle Routing Problems (VRP) are presented.

In Chapter 2, several optimization models are built to address the defined problem with different objectives. First, there are two objectives widely studied in the literature: minimize the total cost and minimize the delivery completion time. Next, the bi-objective problem is discussed, in order to find Pareto optimal solutions. The original models are then adapted to allow multiple deliveries of a drone from each launch base. Finally, valid inequalities are defined for the previous models in order to reduce the computational time.

In Chapter 3, a coverage area is defined in the province of Huesca, motivated by legal restrictions and the limitations of the rural environment that influence mixed delivery operations with trucks and drones. Next, the coverage area data is obtained and the vehicles are selected to make the deliveries: a truck and two fleets of drones with different characteristics. With all these input parameters, all the models from Chapter 2 are applied under different scenarios, using the optimization software Cplex Studio. Finally, the conclusions drawn from the optimal routes obtained previously are shown.

In Appendix, it is included: all the previous models implemented in CPLEX Studio, the data set introduced, the use of the ACOTRAM tool to evaluate the cost of the truck, and a summary table with the points from which customers can be served with drones.

# Índice general

<b>Prólogo</b>	<b>III</b>
<b>Abstract</b>	<b>V</b>
<b>1. Introducción</b>	<b>1</b>
1.1. Motivación . . . . .	1
1.2. Objetivos . . . . .	3
1.3. Revisión bibliográfica . . . . .	3
1.3.1. Investigaciones basadas en el TSP-D . . . . .	4
1.3.2. Investigaciones basadas en el VRP-D . . . . .	5
1.4. Alcance . . . . .	5
<b>2. Modelización matemática</b>	<b>7</b>
2.1. Descripción del problema real . . . . .	7
2.2. Formulación matemática de los modelos de optimización . . . . .	8
2.2.1. Minimizar el coste operativo . . . . .	9
2.2.2. Minimizar el tiempo de finalización . . . . .	11
2.2.3. Modelo biobjetivo . . . . .	12
2.2.4. Modelo con múltiples entregas desde un punto focal . . . . .	15
2.3. Desigualdad válida . . . . .	17
<b>3. Aplicación en un caso real</b>	<b>19</b>
3.1. Selección de la zona de cobertura . . . . .	19
3.1.1. Motivación . . . . .	19
3.1.2. Definición y restricciones . . . . .	20
3.1.3. Datos . . . . .	23
3.2. Selección de los vehículos . . . . .	25
3.3. Aplicación del modelo de mínimo coste operativo . . . . .	27
3.4. Rutas óptimas minimizando el tiempo de finalización . . . . .	32
3.5. Rutas óptimas del problema biobjetivo . . . . .	36
3.6. Rutas óptimas con múltiples entregas . . . . .	39
3.7. Ruta óptima sin uso de drones . . . . .	41
3.8. Conclusiones finales . . . . .	42
<b>Bibliografía</b>	<b>45</b>
<b>Anexo A: Scripts de CPLEX Studio</b>	<b>47</b>
<b>Anexo B: Parámetros de los vehículos</b>	<b>77</b>





# Capítulo 1

## Introducción

### 1.1. Motivación

A medida que evolucionan las herramientas tecnológicas y científicas existentes, la manera de ver el mundo cambia rápidamente. Conscientes de ello, las empresas deben ser capaces de adaptarse a los nuevos modelos de negocio y no quedarse atrás. En concreto, el sector del transporte y la logística no están exentos de dicha evolución.

Un estudio llevado a cabo este pasado mes de noviembre [1] muestra que más de la mitad de las empresas españolas, concretamente el 61 %, han aumentado su volumen de inversión para mejorar la resiliencia de la cadena de suministro. De hecho, más de tres cuartas partes de las empresas (77 %) son conscientes de la necesidad de efectuar cambios, y afirman aumentar sus inversiones en la sostenibilidad de la cadena de suministro, con la entrega de mercancías como segmento prioritario. Esta necesidad de cambios se ve impulsada por las crecientes expectativas de los consumidores, que requieren medios de entrega más eficientes y que se muestran a favor de alternativas ecológicas, estando dispuestos a demostrarlo con sus decisiones de compra. Esto se ha convertido en un reto para la logística, sobre todo en el reparto de *última milla*.

La dependencia de furgonetas o camiones en las operaciones de entrega no ha cambiado durante décadas. El proceso tradicional de entrega de mercancías no es eficiente a largo plazo, debido a la creciente congestión del tráfico y a las expectativas y necesidades crecientes de clientes. Una de las ideas que han surgido en los últimos años y que se encuentra en alza actualmente, es la de incorporar vehículos aéreos no tripulados (UAVs, Unmanned Aerial Vehicles), comúnmente llamados drones, en las rutas de transporte de mercancías. Como resultado, la integración de drones proporciona ventajas competitivas entre las empresas y permite abordar muchos desafíos operativos, como la entrega de última milla. Debido a su coste operativo relativamente bajo y a su ruta aérea libre de congestión, los drones son una alternativa viable y atractiva para tales operaciones.

En esta línea, el servicio de Correos en España se planteó la aplicación de drones para disponer de un sistema que le permitiese llevar materiales de primera necesidad y poco peso a puntos que están aislados, sin exponer la seguridad del cartero [2]. Por ello, en 2015 realizó las primeras pruebas de envío mediante drones, con el fin de mejorar y facilitar la prestación del servicio postal y de paquetería, sumándose así al resto de operadores postales que también estaban realizando dichos testeos. La empresa postal llevó a cabo el ensayo en el municipio de Sotres (Asturias), ya que es una zona de difícil acceso que tiende a quedar aislada en épocas frías. Mientras que esta propuesta no se ha implantado todavía en España, China entrega el correo mediante una flota de drones desde hace más de año y medio [3]. De hecho, sostiene que esta solución es capaz de ahorrar hasta el 80 % de los costes de un envío, reducir el tiempo de entrega de 40 a ocho minutos, y disminuir la huella de carbono y el consumo energético, si se compara con el transporte convencional por carretera.

Asimismo, empresas como Amazon, DHL o UPS también están centrando sus investigaciones en la entrega mediante drones. En particular, Amazon estudió cómo realizar envíos a sus clientes en menos de 30 minutos, y consiguió llevar a cabo satisfactoriamente sus primeras pruebas en Reino Unido ya en 2016 [4]. Para ello, construyó el *Amazon Prime Air* (figura 1.1) y planteó la localización de almacenes automatizados cerca de las ciudades, para que los drones puedan entrar y salir sin intervención humana. Hace tan solo dos meses, Amazon recibió la autorización de la Administración Federal de Aviación estadounidense para la puesta en marcha de este proyecto y espera poder llevarlo a cabo cuanto antes [5]. De esta manera, tratará de abordar el problema del reparto de última milla, evitando el tráfico de las grandes ciudades y obteniendo así una reducción notable del tiempo de distribución y de los costes.



Figura 1.1: Amazon Prime Aire (Fuente: [5])

Si bien Amazon concibe el reparto con drones con bases de lanzamiento desde almacenes, UPS plantea un modelo de entrega mixta camión-dron (Figura 1.2). De este modo, unos clientes serían atendidos mediante el camión, y aquellos que sean de difícil acceso (por tráfico, por el estado de las vías o por condiciones meteorológicas) serían atendidos mediante dron.



Figura 1.2: Camión de UPS para entrega mixta con drones (Fuente: UPS)

Por otro lado, en cuanto a la legislación, las operaciones con aeronaves pilotadas por control remoto están reguladas por el Real Decreto 1036/2017 [6]. Este documento establece las condiciones bajo las cuales es posible sobrevolar zonas urbanas, realizar vuelos nocturnos y sobrevolar espacio aéreo controlado. En particular, existen ciertas restricciones para volar sobre determinadas zonas de protección establecidas, como las zonas de control de los aeródromos, Zonas de Especial Protección para las Aves (ZEPA), Lugares de Importancia Comunitaria (LIC) y Espacios Naturales Protegidos (ENP).

De este modo, la idea de UPS mencionada anteriormente, y las restricciones que existen para sobrevolar determinados espacios, han servido como motivación para orientar el presente trabajo hacia los problemas de entrega mixta con camiones y drones.

## 1.2. Objetivos

El objetivo último del presente Trabajo Fin de Máster (TFM) es abordar el problema de entrega de pedidos a un conjunto de clientes que van a poder ser visitados por un camión o recibir la mercancía desde un dron que opera desde el camión. Para ello, los objetivos específicos son los siguientes:

- Analizar el sector de los drones para valorar las restricciones y aplicaciones de este tipo de vehículos.
- Realizar una revisión bibliográfica sobre el empleo de drones en las operaciones de reparto.
- Estudiar los problemas y modelos de programación matemática relacionados con el problema objeto de estudio: el problema del viajante (*Traveling Salesman Problem, TSP*), el problema de rutas de vehículos (*Vehicle Routing Problems, VRP*) y los modelos de programación lineal de enteros mixtos (*Mixed Integer Linear Programming, MILP*).
- Construir modelos de programación matemática para optimizar conjuntamente las decisiones de localización, asignación y ruteo.
- Adquirir destrezas para implementar estos modelos en el software de optimización CPLEX Studio.
- Aplicar estos modelos en una zona rural de la provincia de Huesca. Para ello, ha sido necesario diseñar una zona de cobertura acorde al modelo, y calcular los parámetros de la misma.

## 1.3. Revisión bibliográfica

En los últimos años, la integración de drones en operaciones de reparto ha desatado la atención de muchos investigadores. Algunos estudios consideran la entrega exclusivamente mediante drones desde estaciones de recarga, con el fin de superar la limitación de la batería. Muchos otros estudios, con el fin de evitar el coste de establecer tales estaciones, consideran un camión que colabora con los drones, transportando tanto los drones como los pedidos y realizando conjuntamente las labores de entrega.

Como se ha comentado anteriormente, la literatura sobre problemas de entrega mixta con camión y drones está estrechamente relacionada con dos problemas de optimización ampliamente estudiados:

- *TSP*: dado un conjunto de clientes, el objetivo es calcular la ruta más corta que visite todos los clientes una única vez, tal y como haría un viajante de comercio.
- *VRP*: dado un conjunto de clientes y una flota de vehículos (iguales o diferentes), el objetivo es encontrar las rutas óptimas según algún criterio de forma que todos los clientes son visitados por un solo vehículo.

Como se puede observar, ambos problemas están muy relacionados entre sí; de hecho, el VRP surgió como una extensión del TSP, con el fin de abordar los casos donde la capacidad de los vehículos es limitada y es necesario realizar varias rutas.

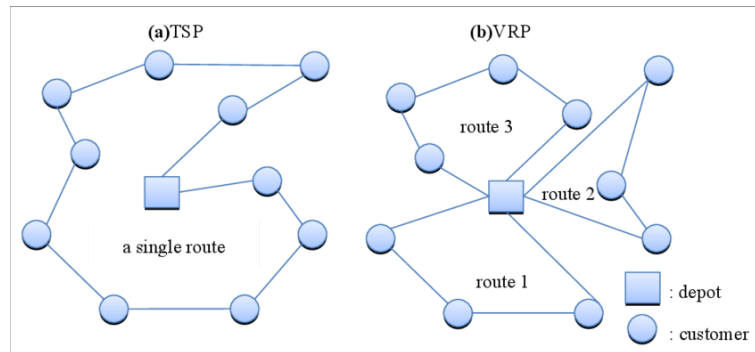


Figura 1.3: Diferencia entre el TSP y el VRP (Fuente: [7])

En la literatura se han estudiado problemas similares:

- El problema del viajante con drones (*Traveling Salesman Problem with Drones, TSP-D*): dado un conjunto de clientes, el objetivo es encontrar la ruta más corta que visite todos los clientes una única vez por un camión o un dron, donde el camión transporta un único dron que es lanzado y recuperado desde una parada.
- El problema de rutas de vehículos con drones (*Vehicle Routing Problems with Drones, VRP-D*): dado un conjunto de clientes y una flota de vehículos (iguales o diferentes), el objetivo es encontrar las rutas más cortas que visiten todos los clientes una única vez y con un solo camión o dron, buscando la ruta óptima para cada uno de ellos, donde cada camión transporta un determinado número de drones que son lanzados y recuperados desde una parada.

Una vez identificados los tipos de problemas relacionados con el problema objeto de estudio, se expone a continuación la revisión bibliográfica llevada a cabo sobre ellos. A lo largo de estas referencias, se indican las similitudes y diferencias entre dichas investigaciones.

### 1.3.1. Investigaciones basadas en el TSP-D

Uno de los primeros estudios sobre las rutas mixtas de camiones y drones fue presentado por Murray y Chu [8]. Estos autores desarrollaron un MILP para resolver un problema donde un único dron utiliza un camión como base de lanzamiento para distribuir paquetes. Las distancias recorridas por el dron fueron consideradas según la métrica euclidiana. El modelo MILP propuesto era computacionalmente costoso, ya que requería 30 minutos para resolver un problema con 10 clientes. Por ello, los autores proponen una heurística simple, en la que primero se determina una ruta donde todos los clientes son visitados por el camión, y después esta ruta se divide en subrutas en las que se asignan los clientes que pueden ser atendidos por el dron, mediante el algoritmo del tipo *Nearest Neighbors*. Esto le permite resolver problemas con 20 clientes en 17 minutos.

Por otro lado, Agatz, Bouman y Schmidt [9] abordaron exactamente el mismo problema que los anteriores, formulando un Modelo de Programación Entera (IP). Dado que la optimización con 12 clientes suponía un tiempo de ejecución de dos horas, estos autores también plantearon una heurística que primero establecía la ruta del camión y después aplicaba *clustering* para asignar los clientes visitados por el dron, generando soluciones casi óptimas con rapidez. Sin embargo, a diferencia de los anteriores, asumieron que los drones seguían la red de carreteras.

En los problemas abordados en los trabajos anteriores, el objetivo consiste en minimizar el tiempo requerido para realizar todas las entregas. En cambio, Ha, Deville, Pham y Hà [10] desarrollaron un MILP y la misma heurística que los tres autores anteriores para minimizar los costes operativos totales. Así, observaron que utilizar drones supone una reducción significativa del coste, pero también aumenta

el tiempo de finalización de la entrega.

Amico, Montemanni y Novellani [11] también trataron de minimizar el tiempo total requerido para dar servicio a los clientes, formulando el problema como un modelo MILP. Sin embargo, estos utilizaron la heurística *Lin-Kernighan (LKH)* en la resolución del problema y centraron sus esfuerzos principalmente en probar dicha heurística en instancias de diferente dimensión. De este modo, obtenían la ruta óptima con 10 clientes en medio minuto, con 20 clientes en 19 minutos, y con 229 clientes en 6 horas.

### 1.3.2. Investigaciones basadas en el VRP-D

Wang, Poikonen y Golden [13] fueron de los primeros en proponer VRP-D para abordar el problema donde varios drones distribuyen paquetes desde un camión. Para ello, desarrollaron un MILP que trataba de minimizar el tiempo de finalización, suponiendo que los drones eran lanzados desde unos clientes para atender a otros. Estos centraron sus esfuerzos en realizar una comparación del valor óptimo de la función objetivo con y sin drones. Para ello, consideraron múltiples escenarios y concluyeron que la integración de los drones supone un ahorro de tiempo significativo, de casi un 70 %. Cabe destacar que estos autores asumieron trayectorias de viaje rectilíneas para el camión y los drones, y una duración ilimitada de la batería de estos últimos.

Asimismo, Sacramento, Pisinger y Ropke [14] propusieron un modelo MILP con el objetivo de minimizar el mismo problema que los anteriores, pero en este caso el MILP trataba de minimizar los costes operativos totales, y se consideraba la limitación de la batería. Estos también compararon su formulación con la entrega convencional mediante camiones, y concluyeron que el uso de drones puede lograr un ahorro de los costes de hasta un 30 %.

En otra línea, Salama y Srinivas [15] abordaron también el problema de atender clientes mediante una combinación de camión y drones, pero permitiendo que los drones fuesen lanzados desde cualquier punto del área de entrega. Para ello, desarrollaron dos modelos MILP, uno para minimizar el coste total y otro para minimizar el tiempo de finalización. Dado que las bases de lanzamiento de los drones no estaban restringidas, los modelos anteriores resultaban computacionalmente intratables. Por ello, a diferencia de los dos artículos anteriores, estos autores propusieron un algoritmo heurístico no supervisado basado en el aprendizaje automático, con el fin de acelerar el tiempo de computación. De este modo, obtenían una buena solución con 20 clientes en 1 minuto, y con 35 clientes en 16 minutos.

A diferencia de los anteriores, Karak y Abdelghany [12] abordaron de nuevo el mismo problema, pero asumiendo que las paradas de los camiones eran conocidas a priori, con el fin de acelerar el tiempo de ejecución sin necesidad de aplicar heurísticas, y así obtener soluciones exactas. Otra diferencia relevante respecto los anteriores es que estos autores no utilizan el camión para entregar pedidos a clientes, sino que este representa un mero medio para transportar los drones. Todo esto les permite resolver problemas con 10 clientes en 5 segundos, con 50 clientes en 33 minutos, y con 100 clientes en 4h.

## 1.4. Alcance

El presente TFM trata de determinar la ruta de un camión que sale de un almacén central y regresa al mismo. En el recorrido, el camión entrega la mercancía directamente a unos clientes, y al resto de clientes, la mercancía se entrega por un dron que opera desde una parada del camión. Por tanto, el problema objeto de estudio es una extensión del problema TSP, al considerar un único camión.

De este modo, deben optimizarse las siguiente decisiones:

- Localización de los puntos focales (paradas de camiones)

- Asignación de los clientes (atendidos por dron) a un punto focal
- Ruta del camión
- Número de drones utilizados

Con el fin de abordar estas decisiones, y teniendo en cuenta el conocimiento adquirido en la revisión de las referencias bibliográficas anteriores, se van a extender los modelos matemáticos de la literatura en el siguiente sentido:

- Optimizar de forma conjunta: el agrupamiento de los clientes, la ruta del camión, la ubicación de puntos focales y el número de drones.
- No restringir las paradas del camión a las ubicaciones de los clientes, sino permitir que puedan parar en otros puntos de la zona.
- Valorar diferentes características necesarias para la implementación de los modelos en la vida real, como el rango de vuelo en base a la vida útil de la batería, o las situaciones en las que la entrega puede ser atendida exclusivamente por el camión o por un dron.
- Considerar dos funciones objetivo diferentes (el coste operativo y el tiempo de finalización) tanto de forma individual como de una perspectiva biojetivo.
- Permitir que un dron pueda realizar más de una entrega desde un punto focal, si el rango de vuelo alcanza para realizar todas las entregas.
- Construir desigualdades válidas con el fin de mejorar el coste computacional.

## Capítulo 2

# Modelización matemática

En el presente capítulo se aborda la modelización matemática del problema objeto de estudio. Primero se realiza una descripción del problema real, después se formulan matemáticamente diferentes modelos de optimización, y finalmente se plantea una desigualdad válida para acelerar el tiempo de computación de estos modelos.

### 2.1. Descripción del problema real

El problema objeto de estudio contempla la entrega de mercancías desde un almacén hasta un conjunto de clientes, utilizando un único camión y una flota de drones idénticos. Dicho camión puede transportar un número máximo de drones, y estos presentan un rango de vuelo limitado.

Según las características de los clientes, estos podrán ser atendidos exclusivamente por el camión o únicamente por un dron, o indistintamente por cualquiera de los dos. Por un lado, aquellos clientes localizados en zonas restringidas por la legislación para sobrevolar con drones deberán ser atendidos obligatoriamente por el camión. Por otro lado, aquellos clientes ubicados en zonas rurales de difícil acceso con tendencia a quedar aisladas podrían restringirse a ser atendidas por drones. Finalmente, el resto de clientes podrán ser atendidos tanto por el camión como por un dron.

Los puntos en los que un camión puede detenerse para lanzar un dron se denominan *puntos focales*. Estos puntos focales pueden ser cualquier cliente que resulte accesible mediante el camión, y cualquier punto establecido en el área de distribución del camión como posible base de lanzamiento (por ejemplo, áreas de servicio). De este modo, si el punto focal es un área de servicio simplemente se utilizará para enviar drones a clientes, y si el punto focal es un cliente se realizará la entrega de ese cliente y se podrá aprovechar a enviar drones a otros clientes.

En definitiva, como se observa en la figura 2.1, el camión parte del almacén, se detiene en los puntos focales señalados en color azul, realiza la entrega correspondiente (si el punto focal es un cliente) mientras espera a que se completen las entregas mediante drones a los clientes coloreados en verde, y finalmente regresa al almacén.

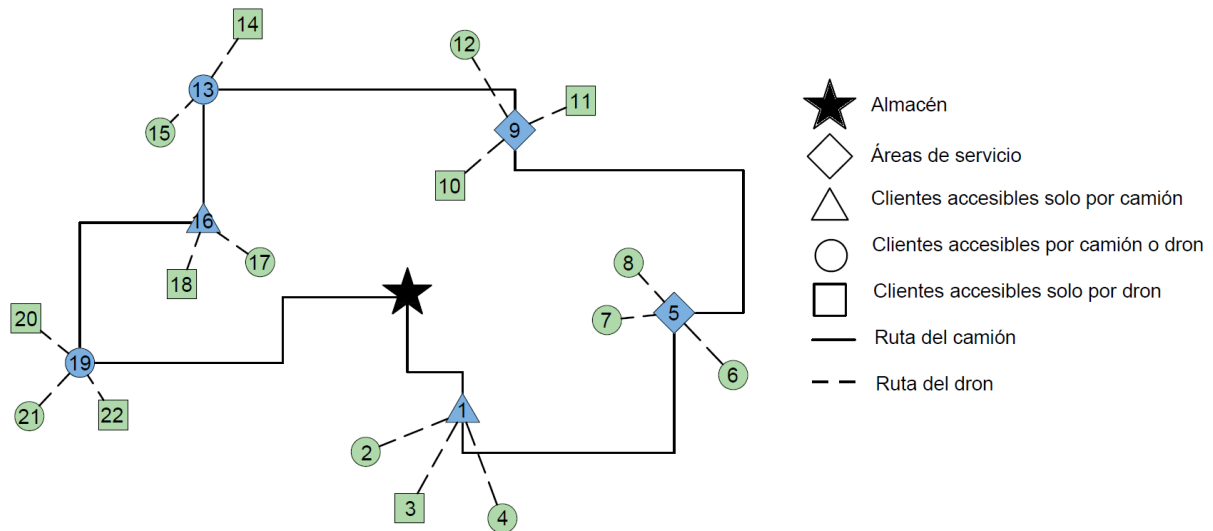


Figura 2.1: Solución factible de entrega de mercancía a los clientes (Fuente: Elaboración propia)

El objetivo de diseñar la ruta de entrega de mercancía a los clientes consiste en minimizar el coste operativo total y/o el tiempo de finalización. En primer lugar, la optimización se realiza de forma individual para cada uno de los objetivos. A continuación, se considera una aproximación biobjetivo para obtener puntos eficientes, que proporcionen soluciones de compromiso atendiendo a los dos objetivos de forma conjunta.

Con el fin de abordar el problema planteado, se asumen las siguientes hipótesis:

- Los puntos focales son visitados por el camión, por ello, las distancias entre puntos focales se han obtenido como la distancia por carretera. Sin embargo, la distancia entre un punto focal y un cliente recorrida por un dron, se calcula según la métrica euclidiana.
- Los drones son lanzados desde el camión con la batería completamente cargada.
- La velocidad de los drones y del camión es constante.
- Los paquetes transportados no superan la capacidad de carga del dron.
- La capacidad del camión es suficiente para transportar los paquetes de todos los clientes.
- En los primeros modelos cada dron realiza una única entrega desde el mismo punto focal. Esta hipótesis se va a relajar.

Con todo lo anterior, se van a formular seis modelos de optimización para abordar el problema planteado.

## 2.2. Formulación matemática de los modelos de optimización

En primer lugar, se propone el modelo con el objetivo de minimizar los costes totales. Para ello, se plantea un modelo MILP. Después, se optimiza otra función objetivo primordial en operaciones de reparto: minimizar el tiempo de la ruta. En este caso, originalmente se plantea un modelo no lineal, debido a que dicha función objetivo contiene la función máximo. Este modelo se linealiza y se obtiene un MILP.

A continuación, se plantea un modelo biobjetivo que tiene en cuenta de forma conjunta los dos objetivos anteriores. Finalmente, se extienden los modelos originales para permitir entregas con un mismo



dron a múltiples clientes desde cada punto focal de forma secuencial.

Dicho esto, se introduce a continuación la notación que se va a utilizar en todos los modelos:

### Conjuntos

- $K$ : conjunto de ubicaciones  $\{0, 1, \dots, N\}$ , donde 0 representa el almacén y  $\{1, \dots, N\}$  los clientes
- $K_{cd} \subset K$ : subconjunto de clientes que pueden ser atendidos por el camión o por el dron
- $K_c \subset K$ : subconjunto de clientes que pueden ser atendidos únicamente por el camión
- $K_d \subset K$ : subconjunto de clientes que pueden ser atendidos únicamente por el dron

Notemos que  $K = K_c \cup K_d \cup K_{cd}$

- $A$ : subconjunto de posibles bases de lanzamiento (en concreto, áreas de servicio)
- $R$ : conjunto de posibles ubicaciones visitadas por el camión,  $R = \{0\} \cup K_c \cup K_{cd} \cup A$

### Parámetros de entrada:

- $N$ : número de clientes
- $n_d$ : número máximo de drones que puede transportar el camión
- $A_d$ : coste de activación de un dron (€/dron)
- $C_d$ : coste de recorrido en euros por km de un dron
- $C_c$ : coste de recorrido en euros por km de un camión
- $D_{ki}^E$ : distancia euclidiana (km) entre el cliente  $k \in K_d \cup K_{cd}$  y el punto focal  $i \in K_{cd} \cup A$
- $D_{ij}$ : distancia de conducción (km) entre los puntos  $i, j \in R$
- $D$ : rango máximo de vuelo del dron (km)
- $I_k = \{i \in K_{cd} \cup A : D_{ki}^E \leq D\}$ ,  $k \in K_d \cup K_{cd}$ : para cada cliente, el conjunto de puntos focales desde los que se le puede atender por un dron, atendiendo al rango máximo de vuelo del dron

### Variables de decisión:

- $z_i$ : 1 si un punto  $i \in R \setminus \{0\}$  es visitado por el camión, 0 en caso contrario
- $y_{ki}$ : 1 si un cliente  $k \in K_d \cup K_{cd}$  es asignado a un punto focal  $i \in I_k$ , 0 en caso contrario
- $x_{ij}$ : 1 si el camión viaja desde un punto  $i \in R$  hasta otro punto  $j \in R$ , 0 en otro caso
- $u_i$ : posición que ocupa el punto  $i \in R$  en la ruta del camión

#### 2.2.1. Minimizar el coste operativo

En los modelos en los que un dron solo realiza una entrega desde cada punto focal, se introduce la variable de decisión  $v$ , que representa el número de drones transportados por el camión

La función objetivo consiste en minimizar el coste total de la ruta, que toma en consideración el coste de activación de los drones, el coste de viaje de los drones y el coste de viaje del camión:

$$\text{Minimizar} \quad A_d \cdot v + C_d \sum_{i \in K_{cd} \cup A} \sum_{k \in K_d \cup K_{cd} : i \in I_k} y_{ki} \cdot 2D_{ki}^E + C_c \sum_{i \in R} \sum_{j \in R} x_{ij} \cdot D_{ij}$$

En el conjunto de restricciones que han de cumplir las soluciones del modelo se distinguen 4 tipos:

- **De localización:** referidas a los puntos que serán visitados por el camión.
- **De asignación:** de cada cliente atendido por un dron al punto focal desde el que se atiende.
- **De ruteo:** indican la secuencia de puntos visitados en la ruta del camión.
- **De signo:** sobre los valores de las variables de decisión.

La primera restricción garantiza que los clientes que únicamente pueden ser visitados por el camión sean visitados por este:

$$z_k = 1, \quad \forall k \in K_c$$

Está permitido viajar del punto focal  $i \in I_k$  al cliente  $k \in K_d \cup K_{cd}$  (mediante dron) únicamente si  $i$  es un punto focal. En esta línea, hay que garantizar que cada cliente puede asignarse a un único punto focal, tanto si es accesible por dron como si lo es por camión y dron. Para ello, es necesario imponer que los clientes  $k \in K_d$  sean atendidos desde un único punto focal, y que los clientes  $k \in K_d \cup K_{cd}$  sean atendidos por un dron desde un único punto focal o formen parte de la ruta del camión. Asimismo, el número de clientes atendidos por drones desde cada punto focal no ha de superar el número de drones transportados por el camión. Además, el número de drones transportados por el camión no puede exceder el número máximo de drones. Estas restricciones se imponen en las ecuaciones siguientes:

$$\begin{aligned} y_{ki} &\leq z_i, \quad \forall k \in K_d \cup K_{cd}, i \in I_k \\ \sum_{i \in I_k} y_{ki} &= 1, \quad \forall k \in K_d \\ \sum_{i \in I_k} y_{ki} + z_k &= 1, \quad \forall k \in K_{cd} \\ \sum_{k \in K_d \cup K_{cd}: i \in I_k} y_{ki} &\leq v, \quad \forall i \in K_{cd} \cup A \\ v &\leq n_d \end{aligned}$$

En cuanto a las restricciones de ruteo, primero se establece que el camión debe salir del almacén y regresar al mismo. A continuación, se impone que el camión se detiene exclusivamente en los puntos establecidos y realiza una única visita a cada uno de ellos. Asimismo, es necesario eliminar los subtours, es decir, todos los nodos visitados por el camión deben estar en una componente conexa. Para establecer estas restricciones, se establecen las siguientes ecuaciones:

$$\begin{aligned} \sum_{j \in R \setminus \{0\}} x_{0j} &= 1 \\ u_0 &= 0 \\ \sum_{j \in R \setminus \{0\}} x_{j0} &= 1 \\ x_{ii} &= 0, \quad \forall i \in R \\ \sum_{i \in R, i \neq j} x_{ij} &= z_j, \quad \forall j \in R \setminus \{0\} \\ \sum_{j \in R, j \neq i} x_{ij} &= z_i, \quad \forall i \in R \setminus \{0\} \\ u_i - u_j + |R| x_{ij} &\leq |R| - 1, \quad \forall i \in R, j \in R \setminus \{0\} \end{aligned}$$

Finalmente, se imponen las restricciones de signo sobre las variables de decisión:  $z_i, x_{ij}, y_{ki}$  deben ser variables binarias, y  $v, u_i$  deben ser enteras no negativas:

$$\begin{aligned} x_{ij} &\in \{0, 1\}, \quad \forall i, j \in R \\ y_{ki} &\in \{0, 1\}, \quad \forall k \in K_d \cup K_{cd}, i \in I_k \\ z_i &\in \{0, 1\}, \quad \forall i \in R \setminus \{0\} \\ v, u_i &\in \mathbb{N}, \quad \forall i \in R \end{aligned}$$

Con todo lo anterior, el problema de localización y ruteo con entrega mixta de camión y drones que minimiza el coste operativo total se formula matemáticamente como un MILP:

$$\text{Minimizar } A_d \cdot v + C_d \sum_{i \in K_{cd} \cup A} \sum_{k \in K_d \cup K_{cd}: i \in I_k} y_{ki} \cdot 2D_{ki}^E + C_c \sum_{i \in R} \sum_{j \in R} x_{ij} \cdot D_{ij} \quad (2.4a)$$

Sujeto a:

$$z_k = 1, \quad \forall k \in K_c \quad (2.4b)$$

$$y_{ki} \leq z_i, \quad \forall k \in K_d \cup K_{cd}, \quad i \in I_k \quad (2.4c)$$

$$\sum_{i \in I_k} y_{ki} = 1, \quad \forall k \in K_d \quad (2.4d)$$

$$\sum_{i \in I_k} y_{ki} + z_k = 1, \quad \forall k \in K_{cd} \quad (2.4e)$$

$$\sum_{k \in K_d \cup K_{cd}: i \in I_k} y_{ki} \leq v, \quad \forall i \in K_{cd} \cup A \quad (2.4f)$$

$$v \leq n_d \quad (2.4g)$$

$$\sum_{j \in R \setminus \{0\}} x_{0j} = 1 \quad (2.4h)$$

$$u_0 = 0 \quad (2.4i)$$

$$\sum_{j \in R \setminus \{0\}} x_{j0} = 1 \quad (2.4j)$$

$$x_{ii} = 0, \quad \forall i \in R \quad (2.4k)$$

$$\sum_{i \in R, i \neq j} x_{ij} = z_j, \quad \forall j \in R \setminus \{0\} \quad (2.4l)$$

$$\sum_{j \in R, i \neq j} x_{ij} = z_i, \quad \forall i \in R \setminus \{0\} \quad (2.4m)$$

$$u_i - u_j + |R| x_{ij} \leq |R| - 1, \quad \forall i \in R, \quad j \in R \setminus \{0\} \quad (2.4n)$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\}, \quad \forall i, j \in R \quad (2.4ñ)$$

$$y_{ki} \in \{0, 1\}, \quad \forall k \in K_d \cup K_{cd}, \quad i \in I_k \quad (2.4o)$$

$$z_i \in \{0, 1\}, \quad \forall i \in R \setminus \{0\} \quad (2.4p)$$

$$v, u_i \in \mathbb{N}, \quad \forall i \in R \quad (2.4q)$$

### 2.2.2. Minimizar el tiempo de finalización

Si bien minimizar el coste total es un objetivo clave desde la perspectiva de la empresa, una entrega rápida es uno de los aspectos más importantes para los clientes. Por ello, el objetivo de minimizar el tiempo de finalización de la entrega es otro objetivo tratado comúnmente en la literatura.

En primer lugar, al considerar la finalización del tiempo de entrega es necesario introducir nuevos parámetros de entrada:

- $S_k$ : tiempo de servicio en horas (h) en el cliente  $k \in K_d \cup K_{cd}$
- $V_d$ : velocidad media (km/h) de los drones
- $V_c$ : velocidad media (km/h) del camión

Notemos que, no se considera el tiempo de servicio en los clientes  $k \in K_c$  porque solo se han considerado los tiempos de servicio cuando el cliente es atendido por un dron. En cada punto visitado por el camión, el tiempo de permanencia se supone 0 si no se lanza ningún dron. En el caso de atender a clientes desde el punto focal con un dron, el tiempo que el camión permanece en el punto focal es el tiempo

que necesita el dron que atiende al cliente más lejano. Con esto, hay que sumar en cada punto focal este tiempo, y añadirle el tiempo invertido en la ruta del camión. De esta manera, la función objetivo se puede formular como sigue:

$$\text{Minimizar} \quad \sum_{i \in K_{cd} \cup A} \max_{k \in K_d \cup K_{cd}: i \in I_k} (y_{ki} \cdot (2D_{ki}^E/V_d + S_k)) + \sum_{i \in R} \sum_{j \in R} x_{ij} \cdot D_{ij}/V_c$$

Como se puede observar, la función objetivo anterior no es lineal debido a que contiene la función máximo. Para linealizarla, se define una variable auxiliar  $t_i, i \in K_{cd} \cup A$ , que va a recoger los tiempos de finalización en cada punto focal:

$$t_i \geq (y_{ki} \cdot (2D_{ki}^E/V_d + S_k)), \quad \forall k \in K_d \cup K_{cd}, i \in I_k$$

Así, la función objetivo anterior se puede reescribir como:

$$\text{Minimizar} \quad \sum_{i \in K_{cd} \cup A} t_i + \sum_{i \in R} \sum_{j \in R} x_{ij} \cdot D_{ij}/V_c$$

Notese que de esta manera, en la restricción adicional se está imponiendo que el tiempo de finalización en cada punto focal sea mayor o igual que el tiempo que le cuesta realizar cada entrega desde ese punto. Como en la función objetivo se minimiza la suma de estos tiempos, en la solución óptima, se elegirá para cada punto focal  $i \in K_{cd} \cup A$ , el valor de  $t_i$  mínimo que garantice que es mayor que los tiempos de todos los drones lanzados desde dicho punto focal.

Con todo lo anterior, el problema de localización y ruteo con entrega mixta de camión y drones que minimiza el tiempo de finalización se puede formular como el siguiente MILP:

$$\text{Minimizar} \quad T_t = \sum_{i \in K_{cd} \cup A} t_i + \sum_{i \in R} \sum_{j \in R} x_{ij} \cdot D_{ij}/V_c \quad (2.5a)$$

Sujeto a:

restricciones (2.4b) - (2.4q)

$$t_i \geq (y_{ki} \cdot (2D_{ki}^E/V_d + S_k)), \quad \forall k \in K_d \cup K_{cd}, i \in I_k \quad (2.5b)$$

$$t_i \geq 0, \quad \forall i \in K_{cd} \cup A \quad (2.5c)$$

### 2.2.3. Modelo biobjetivo

Minimizar el coste total y el tiempo de finalización de la entrega son dos objetivos que, en general, se encuentran en conflicto. Puede ocurrir que para minimizar el coste total se utilizan el mínimo número de drones posibles (para reducir los costes fijos de activación), mientras que para minimizar el tiempo de finalización podría interesar utilizar un mayor número de drones (para atender a los clientes cuanto antes).

La optimización multiobjetivo desempeña un papel muy importante en el área de la programación matemática ya que existen gran variedad de problemas con múltiples objetivos que deben ser considerados conjuntamente y que resulta imposible alcanzar su óptimo de forma simultánea. Esto significa que proporcionar una aproximación que permita elegir entre las soluciones factibles, aquella que en cierto modo alcance un compromiso entre los múltiples objetivos. Todas esas soluciones son igualmente buenas en el sentido de que cada una de ellas es mejor que el resto en un objetivo. Esto implica que la mejora en un objetivo solo puede tener lugar a costa de un empeoramiento del otro objetivo. En la literatura, se han estudiado varias aproximaciones posibles.

Las soluciones de un problema multiobjetivo se denominan *soluciones óptimas de Pareto* (también conocidas como no-dominadas, no-inferiores o Pareto-eficientes) y pueden representarse en lo que se

denomina un *frente de Pareto* (o frontera de Pareto). En el caso de dos objetivos,  $f_1$  y  $f_2$ , se puede considerar el espacio imagen en el que cada eje coordenado se corresponde con el valor de uno de los objetivos. De esta forma, a una solución factible  $x$  le corresponde el punto  $(f_1(x), f_2(x))$ . Cuando los objetivos consisten en minimizar, los puntos por debajo de esta frontera representan soluciones no factibles, y todos los puntos por encima de ella representan soluciones dominadas. En la figura 2.2, se observa un ejemplo de frontera de Pareto, que contiene la imagen dos soluciones óptimas de Pareto, A y B, y otras dos soluciones factibles pero no óptimas, C y D, ya que se encuentran por encima de la frontera y están dominadas respectivamente por A y B:

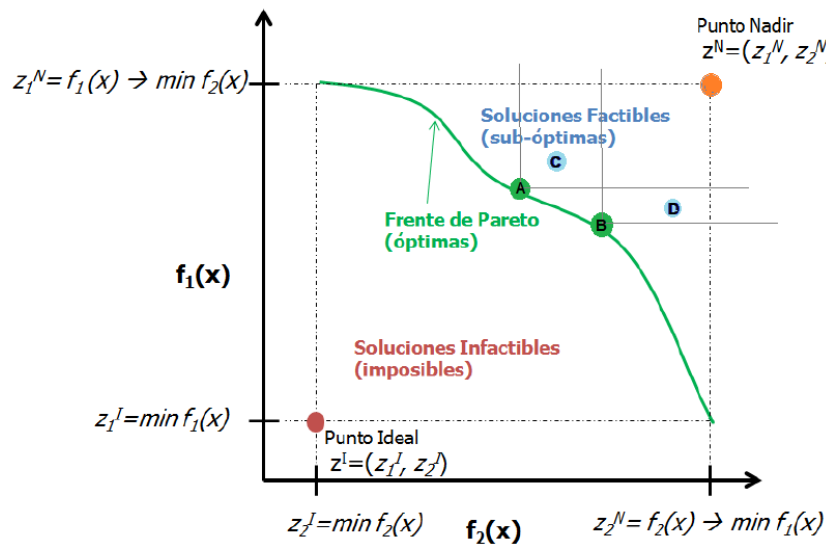


Figura 2.2: Representación del frente de Pareto (Fuente: adaptación de [16])

En la figura 2.2 también se observan los denominados *punto Ideal* y *punto Nadir*. El punto Ideal se define como los valores óptimos de cada objetivo, hallados al optimizar individualmente cada uno de ellos sin tener en cuenta el otro. Obviamente representa un punto inalcanzable, ya que no se corresponde con ninguna solución factible. Por otro lado, el punto Nadir representa la solución menos deseable, y se construye con los valores obtenidos para cada objetivo cuando se optimiza el otro individualmente, es decir, representa los límites superiores (valores más pesimistas) de ambas funciones objetivo. Como se muestra más adelante, tanto el punto Ideal como el punto Nadir son útiles en algunas aproximaciones introducidas para el tratamiento de múltiples objetivos.

Una gran parte de las aproximaciones multiobjetivo suponen transformar el problema en uno o varios problemas de optimización con un solo objetivo. Por ejemplo, *el método de la suma ponderada* define un problema en el que la función objetivo consiste en minimizar la suma ponderada de las funciones objetivos. Los pesos asignados a cada función objetivo están relacionados con la prioridad que se le da a cada uno de ellos. En este caso, los valores de la función objetivo pueden no ser comparables y es preciso normalizar, en primer lugar, las funciones objetivo. Un segundo método, *la programación por metas*, establece como meta en cada objetivo el valor mínimo y considera la minimización de la suma ponderada de las distancias de cada objetivo a dicha meta.

A continuación, se describe la aproximación o método de  $\varepsilon$ -restricciones, también llamado método de Cohon, para obtener las soluciones óptimas de Pareto. Dicho método consiste en la optimización de uno de los objetivos, mientras que el segundo objetivo se permite quede a una distancia  $\varepsilon$  del valor mínimo. Para construir el conjunto de mejores soluciones de compromiso, y así aproximar la frontera de Pareto, basta con imponer diferentes valores de  $\varepsilon$  dentro del intervalo  $[\underline{\varepsilon}, \bar{\varepsilon}]$ . Los extremos de dicho intervalo se basan en el punto Ideal y el punto Nadir, siendo  $\underline{\varepsilon}$  el valor óptimo de la función objetivo, y  $\bar{\varepsilon}$  el valor de dicha función objetivo evaluada en la solución óptima del otro objetivo, como se muestra

en la siguiente gráfica:

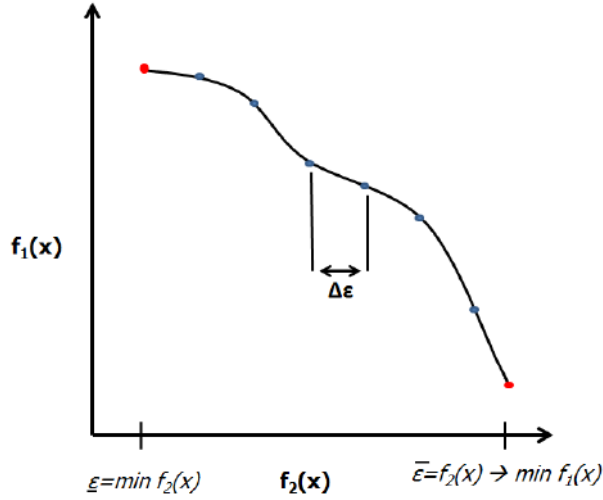


Figura 2.3: Método de  $\varepsilon$ -restricciones (Fuente: [16])

En la figura anterior,  $\Delta \varepsilon$  representa el espacio consecutivo entre las soluciones de Pareto, que viene dado por la siguiente expresión:

$$\Delta \varepsilon = \frac{\bar{\varepsilon} - \underline{\varepsilon}}{M},$$

siendo  $M$  el número de soluciones de Pareto que se generan para aproximar la frontera Pareto.

En el tratamiento biobjetivo, de los objetivos de mínimo coste y mínimo tiempo de finalización, modelos propuestos en los apartados anteriores, se utiliza el método de  $\varepsilon$ -restricciones. En este caso, sea  $\underline{\varepsilon}_T$  y  $\underline{\varepsilon}_C$ , los valores mínimos del coste total y del tiempo de finalización, respectivamente. Se denota por  $\bar{\varepsilon}_C$  el coste total asociado a la solución que proporciona el mínimo tiempo de finalización, y  $\bar{\varepsilon}_T$  el tiempo de finalización de la solución que proporciona el mínimo coste total.

La formulación matemática del modelo de mínimo coste que limita el tiempo de finalización de la entrega:

$$\text{Minimizar } A_d \cdot v + C_d \sum_{i \in K_{cd} \cup A} \sum_{k \in K_d \cup K_{cd}: i \in I_k} y_{ki} \cdot 2D_{ki}^E + C_c \sum_{i \in R} \sum_{j \in R} x_{ij} \cdot D_{ij} \quad (2.6a)$$

$$\text{Sujeto a:} \quad (2.6b)$$

$$\text{restricciones ((2.4b)-(2.4q))} \quad (2.6c)$$

$$\sum_{i \in K_{cd} \cup A} t_i + \sum_{i \in R} \sum_{j \in R} x_{ij} \cdot D_{ij} / V_c \leq \underline{\varepsilon}_T + m \Delta \varepsilon \quad (2.6d)$$

$$t_i \geq (y_{ki} \cdot (2D_{ki}^E / V_d + S_k)), \quad \forall k \in K_d \cup K_{cd}, i \in I_k \quad (2.6e)$$

siendo  $m \in \{0, 1, \dots, M\}$ . Notemos que si  $m = 0$  se obtiene la solución de mínimo coste entre las soluciones con el tiempo mínimo de finalización. En este caso,  $\Delta \varepsilon = \frac{\bar{\varepsilon}_C - \underline{\varepsilon}_C}{M}$ .

Análogamente, se formula el modelo que minimiza el tiempo de finalización incorporando límites

sobre el coste total:

$$\text{Minimizar} \quad \sum_{i \in K_{cd} \cup A} t_i + \sum_{i \in R} \sum_{j \in R} x_{ij} \cdot D_{ij} / V_c \quad (2.7a)$$

$$\text{Sujeto a:} \quad (2.7b)$$

$$\text{restricciones } ((2.4b)-(2.4q), (2.5b)-(2.5c)) \quad (2.7c)$$

$$A_d \cdot v + C_d \sum_{i \in K_{cd} \cup A} \sum_{k \in K_d \cup K_{cd}: i \in I_k} y_{ki} \cdot 2D_{ki}^E + C_c \sum_{i \in R} \sum_{j \in R} x_{ij} \cdot D_{ij} \leq \underline{\epsilon}_C + m\Delta\epsilon \quad (2.7d)$$

siendo  $m \in \{0, 1, \dots, M\}$ . Notemos que si  $m = 0$  se obtiene la solución de mínimo tiempo de finalización entre las soluciones con el coste mínimo. En este caso,  $\Delta\epsilon = \frac{\bar{\epsilon}_T - \underline{\epsilon}_T}{M}$ .

#### 2.2.4. Modelo con múltiples entregas desde un punto focal

Los modelos formulados originalmente suponen que los drones realizan un viaje desde cada punto focal. Sin embargo, permitir múltiples entregas podría suponer un gran ahorro en el coste total de la operación, ya que se maximizaría la utilización de los drones y serían necesarios menos drones para cubrir las tareas de entrega. Por este motivo, se va a adaptar el modelo original de mínimo coste con el fin de abordar dicho escenario, representado en la figura 2.4:

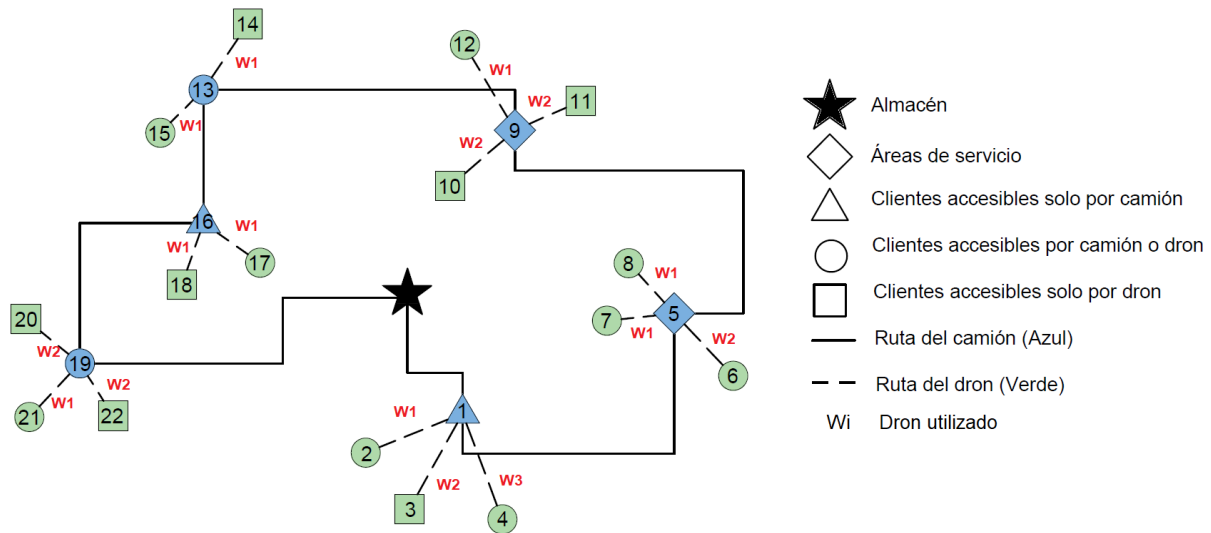


Figura 2.4: Solución factible del problema con múltiples entregas (Fuente: Elaboración propia)

La formulación matemática del problema requiere un nuevo conjunto y variables adicionales y modificar algunas restricciones de los modelos anteriores:

- $W = \{w_1, \dots, w_{n_d}\}$ : conjunto de drones que puede transportar el camión
- $f_{ki}^w$ : 1 si el cliente  $k \in K_d \cup K_{cd}$  es atendido desde el punto focal  $i \in K_{cd} \cup A$  por el dron  $w \in W$ , 0 en caso contrario
- $g_w$ : 1 si se utiliza el dron  $w \in W$ , 0 en caso contrario

En primer lugar, se modifica la función objetivo que trata de minimizar el coste total de la ruta. De nuevo, es necesario sumar el coste de activación de los drones, el coste de viaje de los drones y el coste de viaje del camión. En este caso, la expresión del coste de activación queda determinada por nueva la variable  $g_w$  de la siguiente manera:

$$\text{Minimizar} \quad A_d \cdot \sum_{w \in W} g_w + C_d \sum_{i \in I_k} \sum_{k \in K_d \cup K_{cd}} y_{ki} \cdot 2D_{ki}^E + C_c \sum_{i \in R} \sum_{j \in R} x_{ij} \cdot D_{ij}$$

En segundo lugar, se añaden las restricciones necesarias para abordar las múltiples entregas:

- Un dron es utilizado en un punto focal y asignado a un cliente (desde ese punto focal) si este es seleccionado para ser atendido por un dron y solo uno:

$$\sum_{w \in W} f_{ki}^w = y_{ki}, \quad \forall k \in K_d \cup K_{cd}, \quad i \in I_k$$

- Un dron es activado si algún cliente es atendido por ese dron:

$$g_w \geq f_{ki}^w, \quad \forall w \in W, \quad k \in K_d \cup K_{cd}, \quad i \in I_k$$

- La cantidad de clientes atendidos por un mismo dron desde un determinado punto focal está limitada por el rango de vuelo:

$$\sum_{k \in K_d \cup K_{cd}: i \in I_k} f_{ki}^w \cdot d_{ki}^E \leq D, \quad \forall i \in K_{cd} \cup A, w \in W$$

- Restricciones de signo sobre las variables de decisión:

$$\begin{aligned} f_{ki}^w &\in \{0, 1\}, \quad \forall k \in K_d \cup K_{cd}, \quad i \in I_k, \quad w \in W \\ g_w &\in \{0, 1\}, \quad \forall w \in W \end{aligned}$$

De esta manera, el problema de localización y rutas con entrega mixta de camión y drones que minimiza el coste operativo total permitiendo múltiples entregas se puede formular como el siguiente MILP:

$$\text{Minimizar} \quad A_d \cdot \sum_{w \in W} g_w + C_d \sum_{i \in I_k} \sum_{k \in K_d \cup K_{cd}} y_{ki} \cdot 2D_{ki}^E + C_c \sum_{i \in R} \sum_{j \in R} x_{ij} \cdot D_{ij} \quad (2.9a)$$

$$\text{Sujeto a:} \quad (2.9b)$$

restricciones (2.4b) - (2.4q), excepto (2.4f), (2.4g)

$$\sum_{w \in W} f_{ki}^w = y_{ki}, \quad \forall k \in K_d \cup K_{cd}, \quad i \in I_k \quad (2.9c)$$

$$g_w \geq f_{ki}^w, \quad \forall w \in W, \quad k \in K_d \cup K_{cd}, \quad i \in I_k \quad (2.9d)$$

$$\sum_{k \in K_d \cup K_{cd}: i \in I_k} f_{ki}^w \cdot d_{ki}^E \leq D, \quad \forall i \in K_{cd} \cup A, \quad w \in W \quad (2.9e)$$

$$y_{ki}^w \in \{0, 1\}, \quad \forall k \in K_d \cup K_{cd}, \quad i \in K_{cd} \cup A, \quad w \in W \quad (2.9f)$$

$$g_w \in \{0, 1\}, \quad \forall w \in W \quad (2.9g)$$

donde las restricciones 2.4f y 2.4g, que imponían que el número de drones utilizados fuese menor que los transportados por el camión y menor que el máximo número posible de drones, se han excluido del presente modelo porque no son necesarias al definir el conjunto  $W$ .

Por último destacar que, dada la solución óptima del problema de mínimo coste con múltiples entregas, el tiempo que permanece el camión en cada punto focal continúa siendo el máximo de los tiempos que precisan cada uno de los drones que son lanzados desde el punto focal. Sin embargo, en este modelo, el tiempo que precisa cada dron será la suma de los tiempos que necesita para visitar todos los clientes que tenga asignados. De este modo, el tiempo de finalización se calcularía en este escenario mediante la siguiente expresión:

$$\sum_{i \in K_{cd} \cup A} t_i + \sum_{i \in R} \sum_{j \in R} x_{ij} \cdot D_{ij} / V_c$$

donde el tiempo invertido en cada punto focal viene dado por:

$$t_i = \max_{w \in W} \left( \sum_{k \in K_d \cup K_{cd}: i \in I_k} (f_{ki}^w \cdot (2D_{ki}^E / V_d + S_k)) \right), \quad \forall i \in K_{cd} \cup A$$



De esta manera, el problema de localización y rutas con entrega mixta de camión y drones que minimiza el tiempo de finalización permitiendo múltiples entregas se puede formular como el siguiente MILP:

$$\text{Minimizar } \sum_{i \in K_{cd} \cup A} t_i + \sum_{i \in R} \sum_{j \in R} x_{ij} \cdot D_{ij} / V_c \quad (2.10a)$$

$$\text{Sujeto a:} \quad (2.10b)$$

restricciones (2.4b) - (2.4q), excepto (2.4f), (2.4g)

$$t_i \geq \left( \sum_{k \in K_d \cup K_{cd}: i \in I_k} (f_{ki}^w \cdot (2D_{ki}^E / V_d + S_k)) \right), \quad \forall i \in K_{cd} \cup A \quad (2.10c)$$

$$\sum_{w \in W} f_{ki}^w = y_{ki}, \quad \forall k \in K_d \cup K_{cd}, \quad i \in I_k \quad (2.10d)$$

$$g_w \geq f_{ki}^w, \quad \forall w \in W, \quad k \in K_d \cup K_{cd}, \quad i \in I_k \quad (2.10e)$$

$$\sum_{k \in K_d \cup K_{cd}: i \in I_k} f_{ki}^w \cdot d_{ki}^E \leq D, \quad \forall i \in K_{cd} \cup A, \quad w \in W \quad (2.10f)$$

$$y_{ki}^w \in \{0, 1\}, \quad \forall k \in K_d \cup K_{cd}, \quad i \in K_{cd} \cup A, \quad w \in W \quad (2.10g)$$

$$g_w \in \{0, 1\}, \quad \forall w \in W \quad (2.10h)$$

$$t_i \geq 0, \quad \forall i \in K_{cd} \cup A \quad (2.10i)$$

### 2.3. Desigualdad válida

En la sección anterior, se han planteado seis modelos MILP para abordar el problema objeto de estudio en diferentes escenarios. En general, los modelos MILP presentan mucha combinatoria lo que provoca un alto coste computacional. Con el fin de mejorar los tiempos de resolución, se utiliza comúnmente en la literatura lo que se denominan *desigualdades válidas*. Las desigualdades válidas representan cortes en el espacio de las soluciones del problema, sin excluir ninguna de las soluciones óptimas, que reducen el espacio de búsqueda significativamente. De este modo, utilizar alguna de estas desigualdades, demostradas adhoc para el problema bajo estudio, puede tener un impacto muy positivo en el tiempo computacional requerido para resolver los modelos anteriores.

En concreto, se van a implementar lo que se denominan *restricciones de preferencia*, basadas en la idea de que cada cliente visitado por un dron será atendido desde el punto focal más cercano de entre los factibles y visitados por el camión:

**Proposición 2.1.** *Dado un cliente  $k \in K_d$ , y un posible punto focal  $j \in I_k$ , se cumple que:*

$$\sum_{i \in I_k : d_{ki}^E \leq d_{kj}^E} y_{ki} \geq z_j, \quad \forall k \in K_d, \quad j \in I_k \quad (2.11)$$

*Demostración.* Dado  $k \in K_d$  y  $j \in I_k$ ,

- Si  $z_j = 0$ , la restricción 2.11 se verifica trivialmente ya que

$$\sum_{i \in I_k : d_{ki}^E \leq d_{kj}^E} y_{ki} \geq 0 \quad (2.12)$$

por ser  $y_{ki} \in \{0, 1\}$ ,  $\forall k \in K_d \cup K_{cd}$ ,  $i \in I_k$ .

- Si  $z_j = 1$ , significa que el punto focal  $j \in I_k$  es visitado por un camión. Por tanto, todos los clientes que pueden ser atendidos desde  $j$ , serán atendidos desde  $j$  u otro punto focal  $i$  situado a una distancia a lo más la distancia de  $k$  a  $j$ :

$$\sum_{i \in I_k : d_{ki}^E \leq d_{kj}^E} y_{ki} \geq 1 \quad (2.13)$$

□

De esta manera, en la aplicación de los modelos propuestos (2.4, 2.5, 2.6, 2.7, 2.9 y 2.10) se valorará el efecto de las restricciones (2.11) en el tiempo computacional de cálculo de la solución óptima.

## Capítulo 3

# Aplicación en un caso real

En el presente capítulo se van a aplicar los modelos formulados en el capítulo 2 en un caso real. Para ello, primero se define la zona de cobertura en la que se va a distribuir la mercancía, se analizan las restricciones por las que se ve afectada y se calculan los datos necesarios para los modelos. En segundo lugar, se seleccionan los vehículos que se van a utilizar en las operaciones de entrega: un camión y dos tipos de drones de características diferentes. Con todo lo anterior, se aplican todos los modelos planteados bajo diferentes escenarios. Finalmente, se resumen todos los resultados.

Cabe destacar que todos estos modelos han sido implementados en el software de optimización *CPLEX Studio* Versión 12.6.2, y ejecutados en una máquina con procesador Intel Core-i3 y 4 GB de RAM. El código correspondiente de cada uno de los modelos se adjunta en el Anexo A. Todos los problemas se han resuelto de forma exacta, obteniendo la solución óptima.

### 3.1. Selección de la zona de cobertura

Como resultado del análisis que se realiza a continuación, la zona de cobertura seleccionada para poner en práctica los modelos anteriores ha sido la provincia de Huesca, en concreto, la zona al este de la capital. De esta manera, se abarcan las siguientes comarcas: gran parte de la Hoya de Huesca, parte del Somontano de Barbastro y parte del Alto Gállego.

A continuación, se muestran en primer lugar los motivos por los que se ha seleccionado la provincia de Huesca. Después, se propone la creación de la zona de cobertura mencionada, basada en las restricciones que aplican según la legislación vigente. Finalmente, se expone el proceso llevado a cabo para obtener los datos que han de incluirse en los modelos relativos a la zona de cobertura.

#### 3.1.1. Motivación

La Asociación Española de la Carretera (AEC) audita el estado de la red viaria anualmente. El estudio realizado en julio de este año 2020 pone de manifiesto que en España *'Uno de cada diez kilómetros presenta una situación muy deficiente, incompatible con una movilidad segura y verde'* [17]. En particular, muestra que el Indicador Territorial del estado de los firmes de Aragón presenta un valor medio ponderado de 93 puntos, frente a los 100 del año 2017. Cabe destacar que se trata de la puntuación más baja, muy lejos del valor más alto (Extremadura, 182 puntos), e incluso de la media nacional (131 puntos), como se puede observar en el siguiente gráfico.

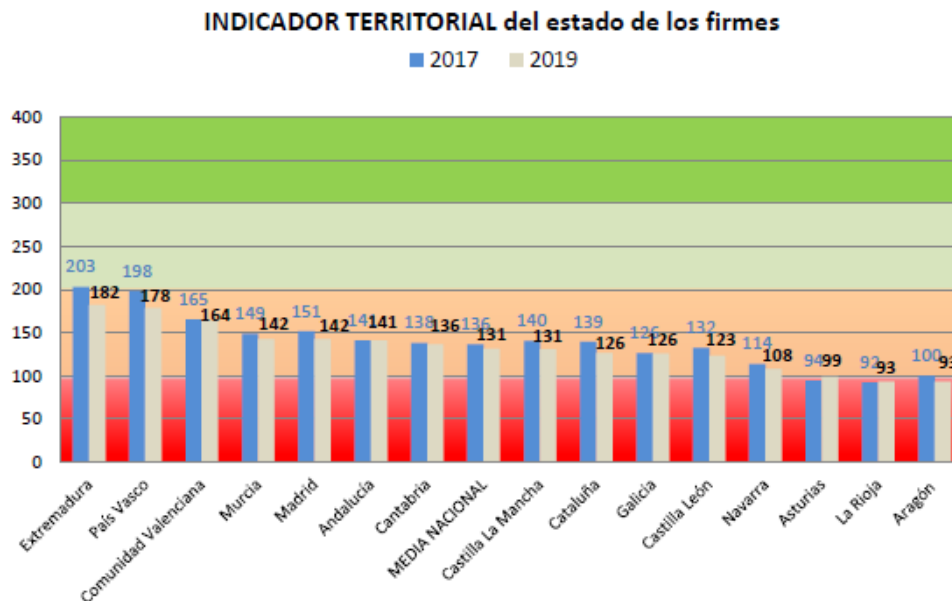


Figura 3.1: Indicador Territorial del estado de los firmes (Fuente: AEC)

Adicionalmente, Aragón es una de las comunidades autónomas más frías de España. En la Agencia Estatal de Meteorología (AEMET) aparecen los valores climatológicos normales de la provincia de Huesca entre los años 1981 y 2010, tomados en el aeropuerto de la capital a 546m de altitud [18]. De ellos se desprende que la temperatura media anual es de 14,0°C y que se producen, de media, unas 35 heladas al año.

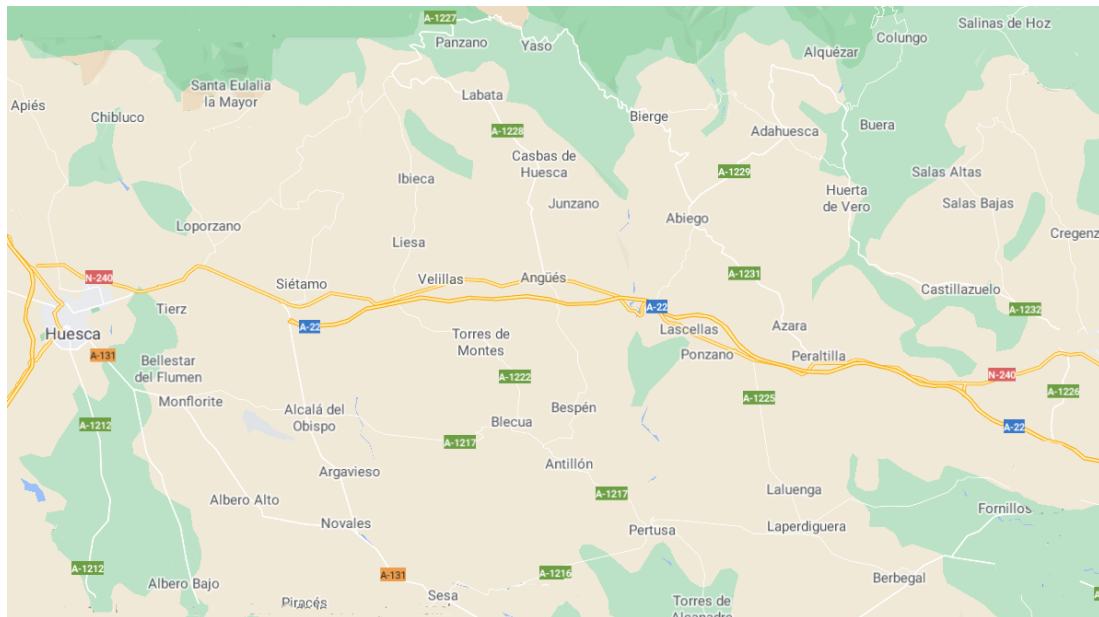
Como cabe esperar, estos dos aspectos suponen grandes inconvenientes para los habitantes en el acceso a sus municipios. El mal estado del firme de las carreteras y las condiciones climatológicas adversas provocan que muchos municipios queden incomunicados por carretera durante los meses más fríos del año. Esta situación conlleva que muchos habitantes sufran limitaciones en la entrega de paquetes, o incluso en el acceso a productos o servicios de primera necesidad.

Por todo lo anterior, es necesario proponer alternativas para poder atender a todas esas personas que se ven afectadas por esta situación. En la actualidad, un helicóptero de emergencias es el encargado de transportar la mercancía hasta las zonas incomunicadas. Sin embargo, los costes de estas actuaciones resultan muy elevados, y además, no se dispone de medios suficientes para atender estas, y otras situaciones incluso más relevantes mediante esta vía. Afortunadamente, la reciente expansión del sector de los drones permite utilizar estos medios para tratar de poner solución a este grave problema.

### 3.1.2. Definición y restricciones

En esta sección, se define la zona de cobertura en la que se va a proporcionar servicio mediante la combinación de un camión y varios drones, atendiendo a la legislación vigente y a las características de las localidades. De esta manera, y siguiendo el escenario planteado en la modelización matemática anterior, se va a seleccionar una zona que contenga municipios que únicamente pueden ser atendidos por camión, municipios que solo resulten accesibles mediante dron, y municipios que puedan ser cubiertos por ambos.

Dicho esto, y tras haber contemplado diferentes posibles zonas, en la figura 3.2 se muestra la zona de cobertura seleccionada, sobre la que se van a analizar a continuación los tipos de clientes según las diferentes restricciones.



En segundo lugar, según el Real Decreto 1036/2017, existen ciertas restricciones para sobrevolar Zonas de Especial Protección para las Aves (ZEPA), Lugares de Importancia Comunitaria (LIC) y Espacios Naturales Protegidos (ENP). Para analizar dichas restricciones, se accede a la aplicación web ENAIRE [20], empresa del Grupo Fomento que gestiona la navegación aérea en España. De esta manera, y como se indica en la figura 3.4, se identifican las siguientes restricciones para volar drones en el espacio aéreo definido de acuerdo a la legislación vigente:

- Con un punto morado y sombreado en rojo, se identifica la zona de control del aeródromo, cuyos municipios han sido contemplados anteriormente.
- Sombreado en verde se muestra un ENP, el Parque de la Sierra y los Cañones de Guara, que limita sobrevolar el municipio de Alquézar.
- Sombreado en rojo se muestra una ZEPA, de nuevo sobre el Parque de la Sierra y los Cañones de Guara, que limita sobrevolar tanto Alquézar como Bierge.
- Sombreado en amarillo se muestra una NOTAM (Notice To Airmen): aviso a navegantes presentado a las autoridades de aviación para alertar a los pilotos de drones de posibles peligros a lo largo de una ruta de vuelo. Dado que estos avisos son temporales y suponen tan solo una alerta, no una restricción, esto no implica ninguna limitación para sobrevolar los municipios.

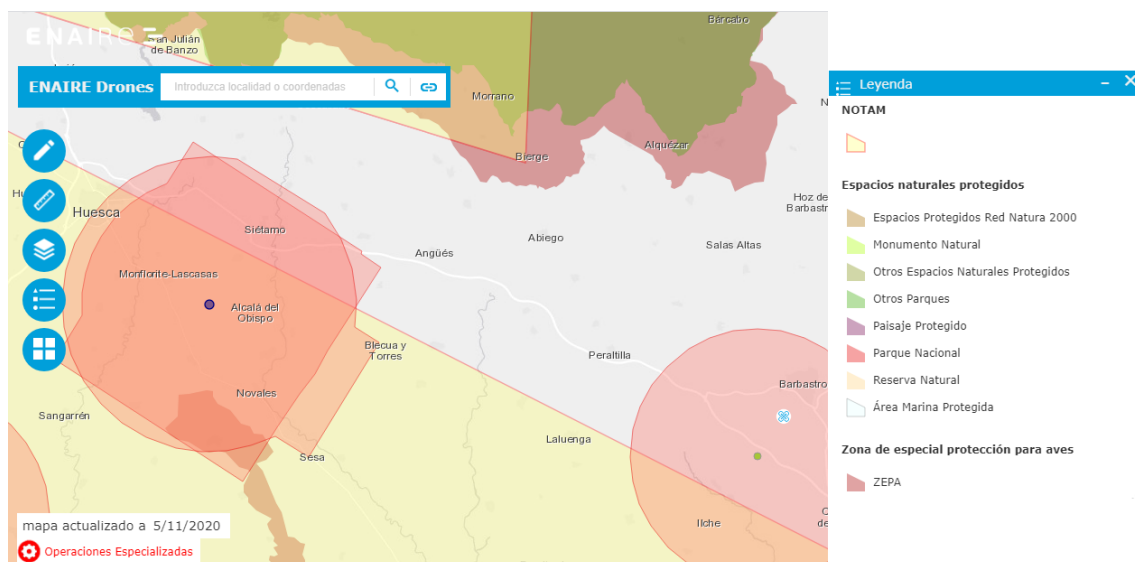


Figura 3.4: Restricciones de vuelo de acuerdo a la legislación vigente (Fuente: [20])

Con todo lo anterior, se concluye que los **14 municipios de la zona de cobertura que únicamente pueden ser atendidos por el camión** son: 1. Loporzano, 2. Tierz, 3. Siétamo, 4. Bellestar del Flumen, 5. Monflorite, 6. Alcalá del Obispo, 7. Argavieso, 8. Alberto Alto, 9. Albergo Bajo, 10. Novales, 11. Piracés, 12. Sesa, 13. Alquézar y 14. Bierge.

Dicho esto, para definir las localidades que deben ser atendidas exclusivamente por drones se van a tener en cuenta dos criterios. Primero, se van a tomar aquellos municipios con un número de habitantes reducido (hasta 100 habitantes), ya que por lo general sufren un acceso más limitado a la entrega de paquetería e, incluso, a productos y servicios de primera necesidad. Segundo, se van a revisar si dichos lugares resultan de difícil acceso por carretera por el mal estado de la misma. Tras este análisis, los **14 municipios seleccionados para ser atendidos por drones** son: 15. Apiés, 16. Chibluco, 17. Santa Eulalia la Mayor, 18. Panzano, 19. Yaso, 20. Labata, 21. Liesa, 22. Junzano, 23. Bospén, 24. Torres de Alcanadre, 25. Laperdiguera, 26. Fornillo, 27. Cregenzán y 28. Salinas de Hoz.

En tercer lugar, los **22 municipios restantes de la zona de cobertura pueden ser atendidos indistintamente por el camión o los drones**: 29. Ibieca, 30. Casbas de Huesca, 31. Velillas, 32. Angüés, 33. Torres de Montes, 34. Blecua, 35. Antillón, 36. Pertusa, 37. Berbegal, 38. Laluega, 39. Lascellas, 40. Azara, 41. Peraltila, 42. Ponzano, 43. Abiego, 44. Adahuesca, 45. Huerta de Vero, 46. Castellazuelo, 47. Salas Bajas, 48. Salas Altas, 49. Buera y 50. Colungo.

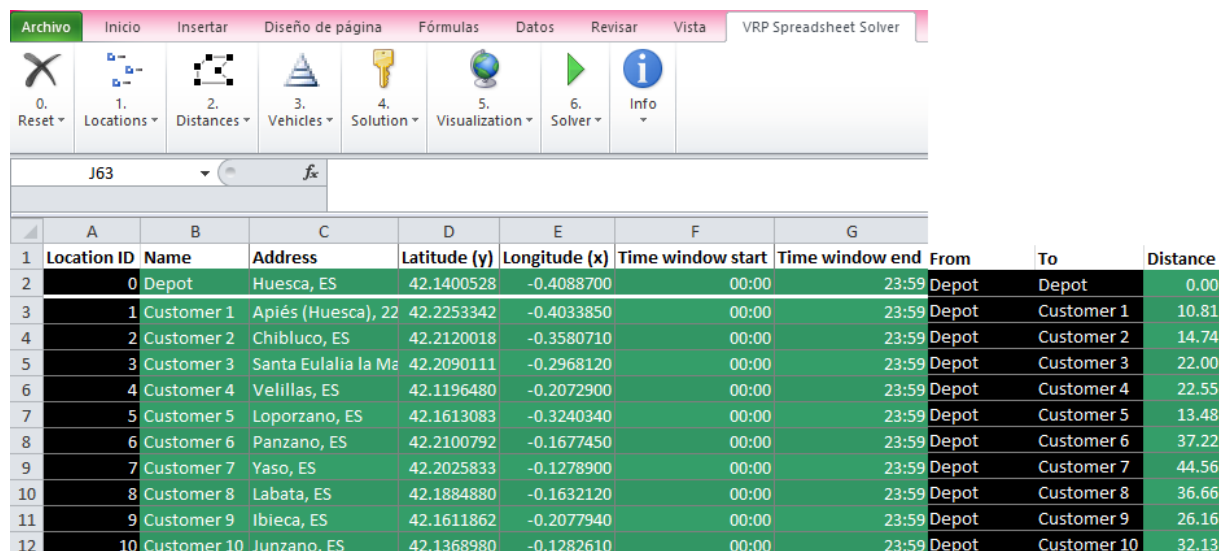
Por último, y siguiendo el escenario planteado en la modelización matemática, se van a definir áreas de servicio para poder lanzar drones a clientes cercanos. Las **5 áreas de servicio seleccionadas en la zona de cobertura** son: 51. Estación de AGP, 52. Estación de Bonet, 53. Estación de Galp, 54. Estación de Repsol y 55. Estación de Peraltila. Asimismo, falta mencionar que **el almacén se va a ubicar en Huesca**, la capital, punto desde el que partirá el camión y al que regresará una vez completas todas las entregas.

En resumen, la siguiente imagen representa la zona de cobertura seleccionada y la tipología de cada uno de los 56 puntos (el almacén, 50 clientes y 5 áreas de servicio):





Para ello, en primer lugar se introdujeron en el solver los nombres del almacén, los clientes y las áreas de servicio, es decir, los 56 puntos. En segundo lugar, con el fin de calcular automáticamente la latitud y longitud de estos puntos, fue necesario registrarse en Bing Maps para obtener una *Bing Maps Key* que permitiese llevar a cabo esta funcionalidad. Hecho esto, ya era posible ejecutar el cálculo automático de las distancias, seleccionando previamente la que correspondiese. Finalmente, se revisaron estas distancias para comprobar que no eran erróneas.



	A	B	C	D	E	F	G			
	Location ID	Name	Address	Latitude (y)	Longitude (x)	Time window start	Time window end	From	To	Distance
2	0	Depot	Huesca, ES	42.1400528	-0.4088700	00:00	23:59	Depot	Depot	0.00
3	1	Customer 1	Apiés (Huesca), 22	42.2253342	-0.4033850	00:00	23:59	Depot	Customer 1	10.81
4	2	Customer 2	Chibluco, ES	42.2120018	-0.3580710	00:00	23:59	Depot	Customer 2	14.74
5	3	Customer 3	Santa Eulalia la Ma	42.2090111	-0.2968120	00:00	23:59	Depot	Customer 3	22.00
6	4	Customer 4	Velillas, ES	42.1196480	-0.2072900	00:00	23:59	Depot	Customer 4	22.55
7	5	Customer 5	Loporzano, ES	42.1613083	-0.3240340	00:00	23:59	Depot	Customer 5	13.48
8	6	Customer 6	Panzano, ES	42.2100792	-0.1677450	00:00	23:59	Depot	Customer 6	37.22
9	7	Customer 7	Yaso, ES	42.2025833	-0.1278900	00:00	23:59	Depot	Customer 7	44.56
10	8	Customer 8	Labata, ES	42.1884880	-0.1632120	00:00	23:59	Depot	Customer 8	36.66
11	9	Customer 9	Ibieca, ES	42.1611862	-0.2077940	00:00	23:59	Depot	Customer 9	26.16
12	10	Customer 10	Junzano, ES	42.1368980	-0.1282610	00:00	23:59	Depot	Customer 10	32.13

Figura 3.6: Resultados VRP Spreadsheet Solver (Fuente: Elaboración propia)

De esta manera, se obtuvieron la matriz de distancias euclidianas y la matriz de distancias de conducción entre los 56 puntos de la zona de cobertura. Sin embargo, estas matrices no precisan definirse completas, esto es, considerarlas de dimensión  $56 \times 56$ , ya que no todos los puntos representan clientes, ni todos los clientes pueden ser indistintamente atendidos por camión o por dron. Por ese motivo, fue necesario realizar un posterior tratamiento de los datos, trasladando esos valores a otra Excel y filtrando en cada matriz por las columnas y filas que interesaba. De este modo, se obtuvo una matriz de distancias euclidianas de dimensión  $36 \times 27$  ya que pueden ser atendidos por dron 36 clientes (14 que pueden ser atendidos por dron y 22 que pueden ser atendidos por camión y dron) desde 27 puntos focales (22 clientes que pueden ser atendidos por camión y dron más 5 áreas de servicio). Análogamente, se obtuvo una matriz de distancias de conducción de dimensión  $42 \times 42$  ya que la ruta del camión contiene máximo 42 puntos (el almacén, los 22 clientes que pueden ser atendidos por camión y dron, los 14 que pueden ser atendidos por camión y las 5 áreas de servicio).

De todos modos, cabe destacar que así se pudieron calcular ambas matrices de distancias de manera mucho más eficiente. Una vez introducidos los puntos, el solver precisa un tiempo de computación de 66 segundos para conseguir las latitudes y longitudes, y un tiempo de ejecución de tan solo 93 segundos para calcular cada una de las dos matrices.

En cuanto a los tiempos de servicio, de nuevo cabe mencionar que originalmente se planteó si realmente eran relevantes y si, en caso afirmativo, deberían aplicar únicamente a los drones o también a los camiones. Finalmente, se decidió que este valor se podía despreciar en los clientes atendidos por el camión, ya que las entregas resultan casi inmediatas. Además, en el caso en el que el cliente actúa como punto focal, se realiza la entrega a dicho cliente mientras los drones lanzados completan el resto de entregas, por lo que el tiempo de servicio no supone un tiempo extra. Sin embargo, se decidió que el tiempo de servicio no debía ser despreciado en el caso de los clientes atendidos por drones, ya que estos invierten cierto tiempo en realizar el despegue y el aterrizaje. Por este motivo, se construyó un



generador de tiempos de servicio en Excel, que asignaba valores de 5, 10 o 15 minutos en función de la altitud a la que se encontrasen los clientes.

Tanto las matrices de distancia como el vector de tiempos de servicio se pueden encontrar adjuntos en el Anexo A, donde se muestran los ficheros de datos utilizados en CPLEX.

### 3.2. Selección de los vehículos

El objetivo de esta sección es introducir los vehículos que se van a utilizar en el reparto de mercancía. Estos vehículos van a ser, por un lado, dos tipos de drones y, por otro lado, el camión que debe transportarlos junto con la mercancía.

#### Selección de los drones y obtención de sus parámetros

Actualmente, debido a la inminente expansión del sector de los drones, el mercado ofrece un sinnúmero de variedades entre las que elegir. El principal aspecto en el que se puede basar esta decisión es el tipo de alas: alas fijas o alas rotatorias. Los drones más comunes son los drones de ala rotatoria (también llamados multirrotores) ya que son versátiles y pueden despegar y aterrizar verticalmente. En contraposición, los drones de ala fija no pueden volar a una altura fija ni tampoco despegar o aterrizar verticalmente. Dicho esto, y con el fin de facilitar las operaciones de entrega, se van a seleccionar dos drones de tipo multirrotor.

A continuación, se muestran las especificaciones de los drones seleccionados:

Dron	Carga	Velocidad ( $V_d$ )	Rango de vuelo ( $D$ )	Autonomía
GRIFF 135	30 kg	50 km/h	18 km	45'
GYRO-X8	15 kg	110 km/h	36 km	40'

Cuadro 3.1: Especificaciones de los drones (Fuente: Elaboración propia a partir de [23] y [24])

Como se puede observar en la tabla 3.1, estos dos drones permiten abordar dos escenarios totalmente diferentes. Por un lado, con el GYRO-X8 es posible satisfacer demandas de menor peso, a cambio de poder atender a clientes más alejados de la base de lanzamiento y en un menor tiempo. Por el contrario, con el GRIFF 135 se pueden entregar paquetes más pesados, pero a costa de restringir las entregas a clientes más cercanos y a una velocidad inferior.

En cuanto a los parámetros de entrada de los modelos propuestos, en la tabla ya aparecen dos de ellos: la velocidad ( $V_d$ ) y el rango máximo de vuelo ( $D$ ) de cada dron. Los otros dos parámetros, el coste de activación ( $A_d$ ) y el coste por kilómetro de vuelo ( $C_d$ ), no aparecen en la ficha técnica de los drones. Por ese motivo, se han revisado los valores propuestos por otros autores en la literatura existente. En el artículo [25], Campbell, Sweeney y Zhang abordan un problema muy similar, utilizando un dron de características próximas a las del GRIFF 135. Por este motivo, para este dron se toman los valores  $A_d = 2,5$  € y  $C_d = 0,30$  €/km, extraídos del artículo. Dado que la velocidad del GYRO-X8 es superior a la del GRIFF 135, y que ambos presentan una autonomía muy similar, el GYRO-X8 podrá recorrer más kilómetros y atender a más clientes en el mismo tiempo. Por ello, se considera que tanto el coste de activación, como el coste por kilómetro de vuelo deberían ser inferiores a los anteriores, y se toman los valores  $A_d = 2,2$  € y  $C_d = 0,22$  €/km. Cabe destacar que estos costes de activación contemplan el uso de dos baterías, es decir, siempre va a haber disponible una batería extra para cada dron, de manera que pueda cambiarse en los puntos focales que sea necesario, y recargarse mientras en el camión.

### Selección del camión y obtención de sus parámetros

Como ya se comentaba en el primer capítulo, hoy en día existen camiones adaptados para realizar entregas mixtas con drones. En la figura 1.2 se mostraba el camión de la empresa UPS destinado a este tipo de operaciones, y es el que se va a tomar como referencia.

En relación con los parámetros de entrada de los modelos propuestos, es necesario estimar los valores asociados al camión: el número de drones que puede transportar, su velocidad media y el coste de viaje por kilómetro recorrido.

En primer lugar, para calcular el número de drones que puede transportar el camión, se toman las medidas habituales de un camión con MMA (Masa Máxima Autorizada) de 3.500kg, y las medidas de los dos tipos de drones anteriores. Con ello, y teniendo en cuenta que debe transportar también la mercancía, se estima que el número máximo de drones que puede transportar es  $n_d = 6$  para ambos tipos de drones.

Por otro lado, para calcular la velocidad media del camión se han tenido en cuenta los límites de velocidad para los camiones según el tipo de vía: 90km/h en autopistas o autovías, 80km/h en carreteras convencionales, 50km/h en vías urbanas y 30 km/h en vías sin pavimentar. Dado que el camión va a circular la mayor parte del tiempo por autopistas/autovías y carreteras convencionales, y tan solo va a recorrer vías urbanas o sin pavimentar al acceder a cada municipio, se ha decidido que la velocidad media del camión sea  $V_d = 80$  km/h.

Finalmente, para calcular el coste por kilómetro recorrido, se ha utilizado ACOTRAM [22], una aplicación informática de ayuda al cálculo de los costes del transporte de mercancías por carretera, perteneciente al Ministerio de Transportes, Movilidad y Agenda Urbana del Gobierno de España. Esta herramienta permite definir todas las características técnicas y de explotación del vehículo seleccionado, y con ello calcula los costes totales del vehículo, desglosados según diferentes motivos. En el Anexo B se puede observar el detalle del coste obtenido al introducir el vehículo seleccionado, siendo este  $C_c = 0,7$  €/km.

### Restricciones de los drones

Debido al rango de vuelo de los drones, desde cada punto focal solo se puede atender por dron a un conjunto determinado de clientes. En el caso de la flota de drones GYRO-X8, prácticamente se puede atender a cualquier cliente desde cualquier punto focal, ya que muestra un rango de vuelo de 38 km. Sin embargo, el rango de vuelo de la flota de drones GRIFF 135 es justo la mitad, por lo que se restringen los clientes accesibles desde cada punto focal.

Por ello, en el Anexo B se muestra para cada cliente que debe ser atendido por un dron, los puntos focales desde los que se le puede atender con un dron GRIFF 135, ordenados según la distancia que los separa de menor a mayor. En la tabla 3.2 se resume la información dada en el Anexo B. En la primera columna se indica el cliente que ha de ser atendido por un dron. En la segunda columna el número de puntos focales desde los que se puede acceder al cliente. Y en la tercera y cuarta columna se indica la mínima y máxima distancia del cliente a estos puntos focales hasta un máximo de 18km (rango de vuelo del GRIFF 135):

Cliente	Nº puntos focales	Mín. distancia (km)	Máx. distancia (km)
Apiés	5	11,2	17,66
Chibluco	6	8,14	16,14
Santa Eulalia la Mayor	9	7,7	16,45
Panzano	12	6,36	17,84
Yaso	16	5,25	17,6
Labata	16	4,05	17,71
Junzano	23	2,38	17,8
Salinas de Hoz	10	4,65	17,15
Liesa	17	2,19	17,61
Bespén	21	2,53	17,56
Laperdiguera	18	11,34	17,36
Fornillo	12	4,9	17,75
Torres de Alcanadre	13	4,03	17,34
Cregenzán	14	4,83	17,73

Cuadro 3.2: Relación de puntos focales para cada cliente atendido por un dron GRIFF 135 (Fuente: Elaboración propia)

Con el fin de visualizar este hecho, en la figura 3.7 se muestra un cliente que debe ser atendido por dron junto con sus posibles puntos focales:

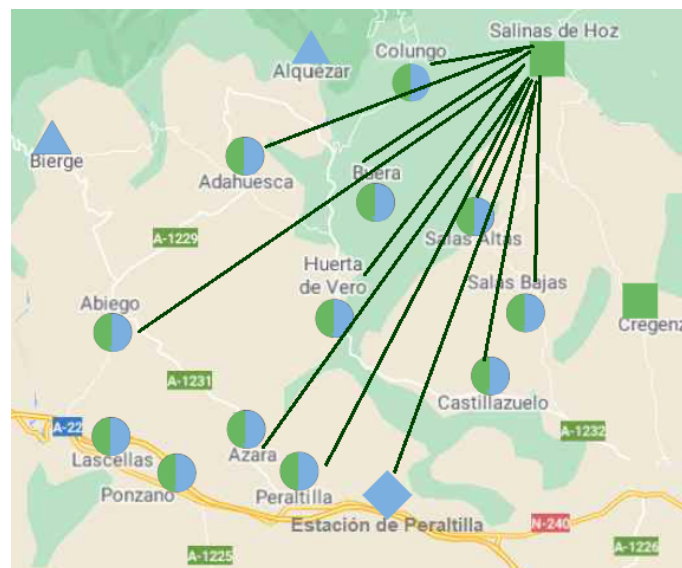


Figura 3.7: Posibles puntos focales para Salinas de Hoz con un dron GRIFF 135 (Fuente: Elaboración propia)

### 3.3. Aplicación del modelo de mínimo coste operativo

Una vez definida la zona de cobertura, y asignado el valor a todos los parámetros de entrada, en este apartado se va aplicar el modelo que minimiza el coste operativo (2.4) en cuatro escenarios, atendiendo al tipo de dron utilizado en la distribución y al uso de las áreas de servicio. En primer lugar, se resuelve el modelo en cada escenario y se comenta lo más relevante de la solución. Para facilitar la comparación, en un último apartado se incluye una tabla resumen de los resultados.

### Escenario 1: Aplicación del GRIFF 135

En primer lugar, se plantea un escenario en el que el tipo de reparto que se realiza a los clientes son paquetes de tamaño medio o productos de primera necesidad (como alimentos). Por ello, se va a resolver el problema con una flota de drones del tipo GRIFF 135, con una capacidad de carga de hasta 30 kg y un coste de activación de 2,5€. De esta manera, los municipios que únicamente pueden ser atendidos por drones, podrían ser abastecidos durante un periodo de aislamiento de duración media.

Para ello, se diseña la ruta óptima que minimiza el coste ejecutando el modelo 2.4 con los datos de la flota de drones GRIFF 135. De esta manera, se obtiene una ruta con un **coste mínimo de 223 €**, y la entrega se completa en un **tiempo de 5,8 h**. A continuación, se indica la ruta obtenida, la secuencia de clientes muestra la ruta ordenada del camión, y entre paréntesis se indican los clientes que son atendidos por drones desde cada uno de los puntos focales:

Huesca → Tierz → Loporzano → Estación Galp (Santa Eulalia la Mayor, Chibluco, Apiés) → Siétamo → Velillas (Torres de Montes, Ibieca, Liesa) → Casbas de Huesca (Junzano, Labata, Yaso, Panzano) → Angüés → Abiego → Bierge → Adahuesca → Alquézar → Buera (Salas Altas, Colungo, Salinas de Hoz) → Huerta de Vero → Castellazuelo (Salas Bajas, Cregenzán) → Estación Peraltilla (Peraltilla, Azara) → Lascellas (Ponzano) → Laluega (Beregal, Fornillo, Laperdiguera) → Pertusa (Torres de Alcanadre) → Antillón (Bespén) → Blecua → Alcalá del Obispo → Argavieso → Novalés → Sesa → Piracés → Albero Alto → Monflorite → Bellestar del Flumen → Albero Bajo → Huesca

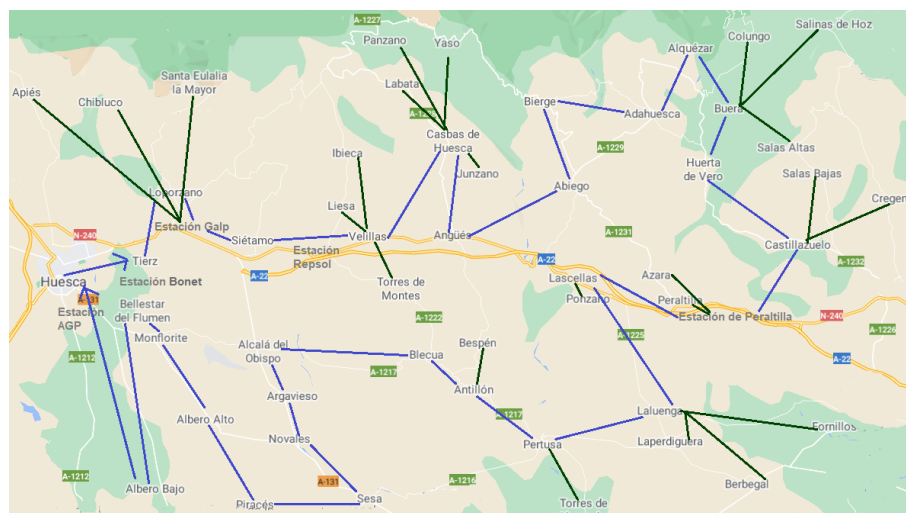


Figura 3.8: Ruta óptima junto la localización de las paradas y vuelos de los drones (Fuente: Elaboración propia)

En primer lugar, se observa que **27 clientes son atendidos por el camión** y **23 clientes son atendidos por drones**. Esto significa que de los 22 clientes que eran accesibles por cualquiera de los dos medios, se seleccionan 13 para ser atendidos por el camión y 9 por drones. Destacar que esto no se debe a que no hubiese drones disponibles para atender a esos 13 clientes ya que, se **activan 4 drones**, de los 6 que puede transportar el camión. Al analizar las distancias entre estos 13 puntos y los puntos focales definidos, se observa que en 9 de ellos las distancias son superiores al rango de vuelo.

Por otro lado, se observa que se utilizan **2 áreas de servicio**, de las 5 disponibles, para atender a 5 clientes mediante drones. Esto indica que resulta útil definir puntos adicionales en la zona de cobertura que puedan actuar como base de lanzamiento. Por ello, en un escenario posterior se analiza cómo varía la ruta óptima al suprimir estas ubicaciones.

Finalmente, cabe destacar que, para encontrar la ruta óptima bajo este escenario, es preciso un **tiempo de ejecución de 17 segundos**. Sin embargo, si se eliminan las restricciones de preferencia definidas para acelerar el tiempo de computación (restricciones 2.11), se obtiene la solución en un tiempo de 26 segundos. Aunque este tiempo sigue resultando bajo, supone un incremento de casi el 53 %.

## Escenario 2: Aplicación del GYRO-X8

Este escenario pretende reflejar una situación en la que la demanda de los clientes sean paquetes pequeños o productos de primera necesidad de menor dimensión (como medicamentos). Por ello, se va a resolver el problema con una flota de drones del tipo GYRO-X8, con una capacidad de carga de hasta 15 kg y un coste de activación de 2,2€. De esta manera, los municipios que únicamente pueden ser atendidos por drones, podrían ser abastecidos durante periodos de aislamiento más cortos. En contraposición, esta flota de drones presenta la ventaja de ofrecer un rango de vuelo y una velocidad de entrega mayor. De este modo, aunque la dimensión de los paquetes queda limitada, se puede atender a un mayor número de clientes y en menos tiempo.

A continuación, se diseña la ruta óptima que minimiza el coste para dicha flota de drones, obteniendo una ruta con un **coste mínimo de 204,7 €**, y un **tiempo de finalización de 5,43 h**. Por no saturar la memoria del trabajo, se ha decidido que de aquí en adelante, las rutas se indicaran únicamente escritas a través de la numeración que identifica a cada cliente:

0 → 2 → 1 → 53 (17, 16, 15) → 3 → 54 (29) → 31 (21, 20, 18) → 32 (22, 30) → 43 (19) → 14 → 44 → 13 → 49 (48, 50, 28) → 45 → 46 (47, 27) → 41 (41, 40) → 42 (39) → 38 (37, 26, 25) → 36 (24) → 35 (23) → 34 (33) → 6 → 7 → 10 → 12 → 11 → 8 → 5 → 4 → 9 → 0

Bajo este escenario, la ruta contiene **26 clientes atendidos por camión y 24 clientes atendidos por drones**. Como se puede observar, la ruta del camión es prácticamente la misma que en el escenario anterior; de hecho, únicamente se ha eliminado un punto focal, y se ha activado otra área de servicio más. Sin embargo, aumentar el rango de vuelo del dron ha permitido redistribuir a este tipo de clientes, y atenderlos utilizando un dron menos. En concreto, se utilizan **3 áreas de servicio** y se **activan 3 drones**.

Atendiendo a la función objetivo, se observa que con esta flota de drones se reduce el coste total casi un 9 %, y se mejora el tiempo de finalización casi media hora. Esto se debe a que, bajo la misma autonomía, la velocidad del GYRO-X8 es muy superior a la del GRIFF 135, lo que permite realizar más entregas en el mismo tiempo, es decir, reducir el coste por kilómetro, y disminuir el tiempo de finalización. Por tanto, siempre que se realicen entregas de menor tamaño (hasta 15 kg), resulta más conveniente utilizar esta flota de drones. Asimismo, si el presupuesto para la adquisición de los drones fuese limitado, esta flota permitiría ajustarse a esta limitación, ya que precisa menos drones por su mayor rango de vuelo.

Por último, destacar que para encontrar la ruta óptima bajo este escenario, ha sido necesario un **tiempo de ejecución de 118 segundos** (1 min 58 seg), casi 7 veces el tiempo del escenario anterior. Esto se debe a que, al aumentar el rango de vuelo, aumenta el número de clientes que pueden ser atendidos desde cada punto focal, y por tanto, se amplía considerablemente el espacio de búsqueda de soluciones factibles, ya que los puntos focales pueden atender casi al doble de clientes. De nuevo, si eliminamos las restricciones de preferencia definidas para acelerar el tiempo de computación, se obtiene la solución en un tiempo de 164 segundos, un 39 % más.

### Escenario 3: Eliminar las áreas de servicio

Las soluciones óptimas en los apartados anteriores incluyen la visita a las áreas de servicio y el envío de drones desde las mismas. Por tanto, es útil definir puntos adicionales en la zona de cobertura que puedan actuar como base de lanzamiento. Para analizar cómo afecta en la función objetivo la inclusión de áreas de servicio, en este escenario se va a eliminar la posibilidad de que el camión se detenga en estos puntos.

En cuanto al escenario 1, la ruta óptima que minimiza el coste con drones GRIFF 135 y sin áreas de servicio supone un **coste mínimo de 239,46 €**, y un **tiempo de finalización de 6,52 h**, y está definida de la siguiente manera:

0 → 2 → 1 → 3 → 29 (18, 17, 16, 15) → 31 (33, 21) → 32 → 30 (22, 20, 19) → 43 → 14 → 44 → 13 → 49 (48, 50, 28) → 45 → 46 (47, 27) → 41 (40) → 42 (39) → 38 (37, 26, 25) → 36 (24) → 35 (23) → 34 → 6 → 7 → 10 → 12 → 11 → 8 → 5 → 4 → 9 → 0

Como se puede observar, la ruta contiene **29 clientes atendidos por camión** y **21 clientes atendidos por drones**. Es decir, como consecuencia de eliminar las áreas de servicio, se atienden más clientes por el camión. Este hecho, junto a la redistribución de los clientes atendidos por drones, supone que el coste mínimo aumente un 7,38 % respecto al escenario 1. Asimismo, el tiempo de finalización también se ve afectado muy negativamente, incrementando casi el doble que el coste, un 14,05 %.

En cuanto al escenario 2, la ruta óptima que minimiza el coste con drones GYRO-X8 y sin áreas de servicio supone un **coste mínimo de 218,85 €**, y un **tiempo de finalización de 5,22 h**, y está definida de la siguiente manera:

0 → 2 → 1 → 3 → 31 (17, 16, 15, 21) → 30 (22, 20, 19, 18) → 32 (29) → 43 → 14 → 44 → 13 → 49 (48, 50, 28) → 45 → 46 (47, 27) → 41 (40) → 39 (42) → 38 (37, 26, 25) → 36 (24) → 35 (23) → 34 (33) → 6 → 7 → 10 → 12 → 11 → 8 → 5 → 4 → 9 → 0

De este modo, la ruta contiene **28 clientes atendidos por camión** y **22 clientes atendidos por drones**. De nuevo, se atienden más clientes por el camión y se redistribuyen los clientes atendidos por drones, suponiendo en este caso un incremento del coste mínimo de un 6,91 % respecto al escenario que contempla áreas de servicio. En cambio, el tiempo de finalización mejora un 4,02 %, y esto se debe a que el único objetivo del modelo 2.4 es minimizar el coste, y puede darse el caso de que una ruta con mayor coste suponga un menor tiempo, ya que estos dos objetivos están íntimamente ligados pero no mantienen ningún tipo de proporcionalidad. Asimismo, cabe destacar que en este caso, eliminar las áreas de servicio ha supuesto activar un dron más, lo que provoca parte del incremento del coste total.

Por último, en el escenario 1 se obtiene un **tiempo de ejecución de 10 segundos**, es decir, si no se consideran áreas de servicio el modelo resulta un 70 % más rápido. En cuanto al escenario 2, el **tiempo de ejecución es 29 segundos**, casi 4 veces menos que cuando se consideran dichas bases de lanzamiento. Esto se debe a que, al eliminar 5 de los 55 puntos del conjunto, el número de variables de decisión se reduce considerablemente.

### Escenario 4: Permitir que los clientes accesibles exclusivamente por drones sean accesibles por camión

Originalmente, se seleccionaron 14 municipios de la zona de cobertura para ser atendidos exclusivamente por drones, por resultar de difícil acceso por carretera bajo condiciones meteorológicas adversas. Sin embargo, estos no permanecen incomunicados todo el año, y podrían ser atendidos por el camión durante gran parte del mismo. Por ello, el presente escenario pretende replantear la zona de cobertura

de modo que estos 14 municipios puedan ser atendidos indistintamente por el camión o por drones. De esta manera, será posible analizar la utilidad de los drones cuando se trata de minimizar el coste, visualizando si la ruta óptima pasa por seguir atendiendo a esos clientes por drones, aún cuando no es obligatorio.

En primer lugar, si se considera la flota de drones GRIFF 135, la ruta óptima que minimiza el coste supone un **coste mínimo de 209,69 €**, y un **tiempo de finalización de 6,16 h**, y está definida de la siguiente manera:

0 → 2 → 4 → 9 → 5 → 8 → 11 → 12 → 10 → 7 → 6 → 34 → 35 (23) → 36 (24) → 25 (37, 26) → 38 → 39 (42) → 41 (40) → 46 (47, 27) → 45 (48) → 49 (50, 28) → 13 → 44 → 43 → 14 → 19 → 18 → 20 (29) → 30 (22) → 32 → 31 (33, 21) → 3 → 1 → 16 (17, 15) → 0

De este modo, la ruta contiene **33 clientes atendidos por camión y 17 clientes atendidos por drones**. Como se puede observar, la ruta del camión es muy diferente, ya que se visitan otros clientes, en otro orden, y no se utilizan las áreas de servicio. Cabe destacar que, de los 14 clientes que inicialmente eran atendidos exclusivamente por drones, el modelo mantiene que 9 de ellos sean atendidos por un dron, y hace que los otros 5 sirvan como punto focal para atender además a parte de estos. Por tanto, se deduce que la ruta óptima no pasa siempre por atender al máximo número posible de clientes mediante drones.

Atendiendo a la función objetivo, se observa que el coste se reduce un 6,35 % respecto a la ruta que no imponía el uso de los drones, si bien se debe en gran parte a los costes de activación de los mismos, ya que en el escenario 1 se activan 4 drones, y en el presente tan solo 2, lo que supone ya un tercio de la reducción del coste. Sin embargo, el tiempo de finalización ha aumentado un 6,03 %, lo que pone de manifiesto que un mayor uso del camión ralentiza la finalización de la operación de entrega.

Considerando la flota de drones GYRO-X8, la ruta óptima que minimiza el coste supone un **coste mínimo de 197,7 €**, y un **tiempo de finalización de 5,55 h**, y está definida de la siguiente manera:

0 → 2 → 4 → 9 → 5 → 8 → 11 → 12 → 10 → 7 → 6 → 34 → 35 (23) → 36 (24) → 25 (37, 26) → 38 → 39 (42) → 41 (40) → 46 (47, 27) → 45 (48) → 49 (50, 28) → 13 → 44 (43) → 14 → 19 → 18 → 20 (29) → 30 (22) → 32 → 31 (33, 21) → 3 → 1 → 16 (17, 15) → 0

De este modo, la ruta contiene **32 clientes atendidos por camión y 18 clientes atendidos por drones**. Como se puede observar, la ruta es idéntica para la flota de drones GRIFF 135, salvo por un cliente que ahora es atendido por dron y antes pertenecía a la ruta del camión.

En cuanto a la función objetivo, se observa que el coste total se reduce un 3,54 % respecto a la ruta que no imponía el uso de los drones; en cambio, con la otra flota de drones se reducía casi el doble. Esto se puede deber a que, en este caso, solo se ha desactivado 1 dron y los costes deducidos de la función objetivo al utilizar menos drones son menores, ya que el coste por kilómetro de vuelo es menor que en el GRIFF 135. El tiempo de finalización también se ha reducido, al igual que con la otra flota, pero de nuevo en menor medida, un 2,2 %.

Finalmente, cabe destacar cómo afecta este último escenario a los tiempos de computación. Por un lado, para la flota GRIFF 135, se obtiene la ruta óptima en la que no se impone el uso del dron, en un **tiempo de ejecución de casi 8 minutos**. Análogamente, para la flota GYRO-X8, se obtiene un **tiempo de ejecución de más de 26 minutos**. Como se puede observar, los tiempos de resolución se han visto muy incrementados respecto a los escenarios originales. Esto se debe a que, al no restringir que parte de los clientes sean atendidos por dron y prestarse al modelo a que tome esta decisión, se aumenta

considerablemente el espacio de búsqueda de soluciones factibles.

### Resumen de resultados

En la siguiente tabla, se muestra un resumen de las rutas obtenidas en los escenarios anteriores, indicando el escenario, el modelo de dron, si se usan áreas de servicio, el número de clientes accesibles exclusivamente por drones  $|K_d|$ , el coste de la solución óptima, el tiempo de finalización de dicha solución, el número de clientes atendidos por el camión, el número de clientes atendidos por dron, el número de drones activados, el número de áreas de servicio visitadas, el tiempo de ejecución considerando las desigualdades válidas 2.11 y el tiempo de ejecución sin ellas:

Esc.	Modelo	Áreas	$ K_d $	Coste (€)	Tiempo (h)	Clientes camión	Clientes dron	Drones	Áreas	Tiempo CPU	Tiempo CPU (sin 2.11)
1	GRIFF 135	SÍ	14	223	5,8	27	23	4	2	17''	26''
2	GYRO X-8	SÍ	14	204,7	5,43	26	24	3	3	1'58''	2'44''
3	GRIFF 135	NO	14	239,46	6,52	29	21	4	NA	10''	16''
3	GYRO X-8	NO	14	218,85	5,22	28	22	4	NA	29''	49''
4	GRIFF 135	SÍ	0	209,69	6,16	33	17	2	0	8'07''	12'48''
4	GYRO X-8	SÍ	0	197,7	5,55	32	18	2	0	26'28''	39'02''

Cuadro 3.3: Resultados para el modelo de mínimo coste (Fuente: Elaboración propia)

### 3.4. Rutas óptimas minimizando el tiempo de finalización

En esta sección, se va a resolver el modelo que minimiza el tiempo de finalización (modelo 2.5) bajo diferentes escenarios.

#### Escenario 1: Aplicación del GRIFF 135

De nuevo, en primer lugar, se plantea un escenario con una flota de drones del tipo GRIFF 135, con el fin de comparar la ruta de mínimo coste y la de mínimo tiempo.

Para ello, se diseña la ruta óptima que minimiza el tiempo de finalización ejecutando el modelo 2.5 con los datos de la flota de drones GRIFF 135, obteniendo una ruta con un **tiempo de finalización mínimo de 5,06 h** y un **coste total de 298,31 €**:

0 → 2 → 53 (31, 21, 17, 16, 15) → 1 → 3 → 43 (29, 30, 22, 20, 19, 18) → 14 → 13 → 49 (46, 47, 50, 45, 27, 28) → 44 → 40 → 41 → 41 (37, 36, 38, 26, 25, 48) → 35 (42, 39, 33, 32, 24, 23) → 34 → 6 → 7 → 10 → 12 → 11 → 8 → 5 → 4 → 9 → 0

De este modo, la ruta contiene **21 clientes atendidos por camión** y **29 clientes atendidos por drones**. Como se puede observar, tanto la ruta del camión como la distribución de clientes atendidos por drones ha cambiado significativamente respecto al modelo que minimiza el coste. Se **activan los 6 drones** disponibles, y se atienden 6 clientes más.

Por tanto, se observa que pasar de minimizar el coste a minimizar el tiempo tiene una gran repercusión en la ruta óptima. Cuando el problema trataba de minimizar el coste, la ruta óptima pasaba por activar menos drones y atender a más clientes con el camión. Sin embargo, cuando se trata de minimizar el tiempo, la ruta óptima utiliza todos los drones disponibles para atender a un mayor número de clientes por esta vía.

En particular, el tiempo de finalización ha disminuido un 14,62 % respecto al modelo que minimizaba el coste, y el coste ha aumentado un 33,77 %. Es decir, obtener un tiempo de finalización menor,



supone un aumento considerable en el coste total, mientras que minimizar el coste afecta en menor medida al tiempo. Estos conflictos entre las funciones objetivos resultan muy interesantes, ya que por lo general, las empresas de reparto están interesadas en minimizar el coste lo máximo posible, mientras que los clientes buscan que sus entregas sean rápidas. Por ello, es necesario encontrar un equilibrio entre ambas funciones, y es lo que se aborda después con las soluciones de Pareto.

Por último, cabe destacar que para encontrar la ruta óptima que minimiza el tiempo, es preciso un **tiempo de ejecución de 2 minutos 47 segundos**. Como se puede observar, este coste computacional es unas 10 veces el que se obtenía al minimizar el coste, que era de tan solo 17 segundos. Esto se debe a que, el modelo de mínimo tiempo contenía en la función objetivo un máximo, y con el fin de linealizarla, fue necesario añadir variables y restricciones adicionales, aumentando así la complejidad del modelo.

### Escenario 2: Aplicación del GYRO-X8

De nuevo, en el segundo escenario, se diseña la ruta óptima que minimiza el tiempo de finalización ejecutando el modelo 2.5 con los datos de la flota de drones GYRO-X8, obteniendo una ruta con un **tiempo de finalización mínimo de 3,92 h y un coste total de 259,79 €**:

0 → 2 → 1 → 3 → 54 (34, 29, 21, 17, 16, 15) → 32 → 30 (43, 31, 22, 20, 19, 18) → 14 → 44 → 13 → 49 (46, 48, 47, 50, 27, 28) → 45 (37, 41, 42, 40, 26, 25) → 33 (36, 38, 39, 35, 24, 23) → 6 → 7 → 10 → 12 → 11 → 8 → 5 → 4 → 9 → 0

De este modo, la ruta contiene **20 clientes atendidos por camión y 30 clientes atendidos por drones**. De nuevo, tanto la ruta del camión como la distribución de clientes atendidos por drones ha cambiado significativamente respecto al modelo que minimiza el coste para esta flota de drones. Asimismo, se **activan los 6 drones** disponibles, y se atienden 6 clientes más por esta vía.

En cuanto a la función objetivo, el tiempo de finalización ha disminuido un 38,52 % respecto al modelo que minimizaba el coste, y el coste ha aumentado un 26,91 %. Como se puede observar, la mejora del tiempo de finalización es mayor que con los GRIFF 135, y el coste obtenido aumenta en menor medida. De hecho, ocurre justo lo contrario a lo que ocurriría con los GRIFF 135, ya que en ese caso el tiempo se reducía menos de lo que aumentaba el coste. Esta gran diferencia en el tiempo de finalización entre las dos flotas se debe a que la velocidad de los drones GYRO-X8 es más del doble que la de los GRIFF 135, lo que permite obtener rutas mucho más rápidas cuando se trata de minimizar el tiempo.

Finalmente, cabe destacar que para encontrar la ruta óptima que minimiza el tiempo, es preciso un **tiempo de ejecución de 14 minutos 23 segundos**. Este coste computacional es unas 7 veces el que se obtenía al minimizar el coste, y más de 5 veces el que se obtiene minimizando el tiempo con la otra flota de drones. De esta manera, aunque la flota GYRO-X8 resulte más ventajosa, si la dimensión del problema aumentase, este resultaría computacionalmente intratable.

### Escenario 3: Análisis según el número de drones transportados por el camión

En los dos escenarios anteriores se activan todos los drones disponibles de ambas flotas con el fin de minimizar el tiempo de finalización. Este límite sobre los drones que transporta el camión se impuso atendiendo al tamaño de ambos. Sin embargo, podrían existir ciertas limitaciones en el presupuesto para la adquisición de los drones. Por ello, en el presente escenario se propone diseñar las rutas óptimas que minimizan el tiempo según diferentes tamaños de la flota de drones, limitando el número de drones transportados por el camión. De esta manera, será posible analizar la influencia del número de drones disponibles cuando se trata de minimizar el tiempo de finalización, visualizando si la ruta óptima en este caso pasa por activar más puntos focales para seguir atendiendo a los mismos clientes por drones,

o visitando a más clientes por el camión.

En cuanto al escenario 1, la ruta óptima que minimiza el tiempo de finalización con una flota de 4 drones GRIFF 135 supone un **tiempo de finalización de 5,55 h**, y un **coste mínimo de 251,53 €**, y está definida de la siguiente manera:

0 → 2 → 1 → 53 (29, 17, 16, 15) → 3 → 31 (21) → 30 (22, 20, 19, 18) → 42 → 39 → 38 (37, 24, 26, 25) → 40 → 41 → 46 → 47 (48, 50, 27, 28) → 45 (49) → 13 → 44 → 14 → 43 → 32 → 33 → 35 (36, 34, 23) → 6 → 7 → 10 → 12 → 11 → 8 → 5 → 4 → 9 → 0

Bajo este escenario, la ruta contiene **29 clientes atendidos por camión y 21 clientes atendidos por drones**. Como se puede observar, tanto la ruta del camión como la distribución de clientes atendidos por drones ha cambiado significativamente respecto al modelo que permitía utilizar 6 drones. De nuevo, se **activan los 4 drones** disponibles, y esta reducción en el número de drones supone que se atiendan a 8 clientes menos a través de este medio.

De este modo, el tiempo de finalización aumenta un 9,68%, y a cambio se reduce el coste total un 18,6%. Por tanto, se deduce que el número de drones disponibles influye, tal como se esperaba, en el tiempo de finalización de la ruta. De este modo, entrarían de nuevo en conflicto los intereses de la empresa de reparto y de los clientes, ya que bajo este escenario la empresa podría disminuir su inversión en drones a costa de que los clientes se viesen afectados por mayores tiempos de entrega.

Considerando ahora una flota de 4 drones de GYRO-X8, la ruta óptima que minimiza el tiempo de finalización supone un **tiempo de finalización de 4,42 h**, y un **coste mínimo de 232,69 €**:

0 → 2 → 1 → 53 (17, 16, 15) → 3 → 31 (34, 29, 21) → 41 (37, 38, 26, 25) → 40 → 13 → 49 (47, 50, 27, 28) → 45 (42, 46, 48, 44) → 14 → 43 → 32 → 30 (22, 20, 19, 18) → 33 → 35 (36, 39, 24, 23) → 6 → 7 → 10 → 12 → 11 → 8 → 5 → 4 → 9 → 0

Bajo el presente escenario, la ruta contiene **24 clientes atendidos por camión y 26 clientes atendidos por drones**. En este caso, la ruta del camión y la distribución de los clientes atendidos por drones se ha visto menos afectada al limitar la flota a 4 drones. De hecho, se **activan los 4 drones** disponibles, pero simplemente se atienden a 4 clientes menos mediante esta vía, gracias al mayor rango de vuelo.

De este modo, el tiempo de finalización aumenta un 12,75%, y a cambio se reduce el coste total un 11,64%. Como se puede observar, el tiempo de finalización se ve más afectado que en la flota de drones GRIFF 135, ya que la mayor velocidad de los GYRO-X8 tiene más influencia sobre el tiempo de finalización y en este escenario se está limitando dicha ventaja.

Por último, cabe mencionar cómo afecta este último escenario a los tiempos de computación. Por un lado, para una flota de 4 drones GRIFF 135, se obtiene la ruta óptima en un **tiempo de ejecución de 2 minutos 9 segundos**, es decir, reduciendo el número de drones el modelo resulta casi un 30% más rápido. En cuanto a la flota de 4 drones GYRO-X8, el **tiempo de ejecución es 11 minutos 7 segundos**, casi un 25% más rápido.

Con el fin de completar este análisis, se han calculado las rutas óptimas con ambos tipos de dron limitando el tamaño de la flota a 1,2,3 y 5 drones. En lugar, de analizar de forma pormenorizada cada solución se ha representado en la figura 3.9 los resultados. En el eje de abscisas se indica el valor de la función objetivo coste total y en el eje de ordenadas el valor del tiempo de finalización. En naranja se han representado los puntos correspondientes a las soluciones óptimas con el modelo GYRO-X8 cuando se considera como número de drones en la flota de 1 a 6, indicado junto al punto. En azul se ha representado

la misma información cuando los problemas se resuelven con el modelo GRIFF 135. De esta manera, se observa con claridad lo que se ha comentado anteriormente. Por un lado, existe más dispersión en el coste al variar el tamaño de la flota GRIFF 135, mientras que la amplitud del tiempo es menor. Por otro lado, se observa que todas las soluciones azules, excepto las dos primeras, son dominadas por alguna naranja.

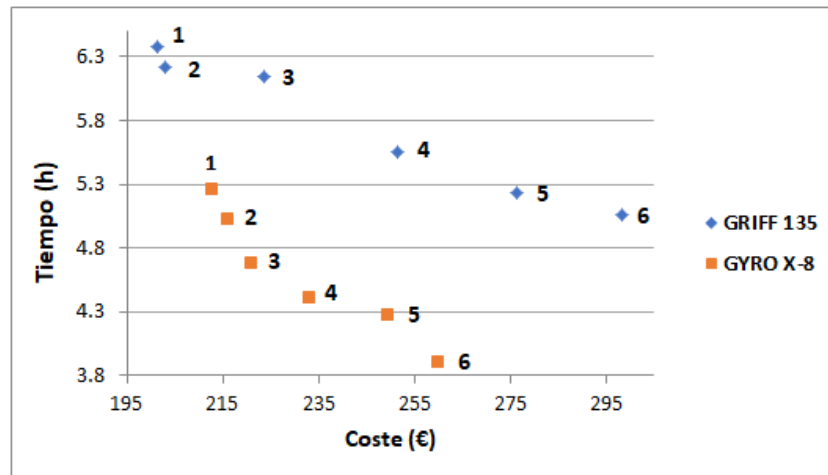


Figura 3.9: Valor de los objetivos según diferentes tamaños de ambas flotas de drones (Fuente: Elaboración propia)

### Resumen de resultados

En la siguiente tabla, se muestra un resumen con la información más relevante de las rutas óptimas obtenidas en los escenarios anteriores, indicando el escenario, el modelo de dron, el valor de la función objetivo, el coste total obtenido, el número de clientes atendidos por el camión, el número de clientes atendidos por dron, el número de drones activados, el número de áreas de servicio visitadas, y el tiempo de ejecución considerando las restricciones 2.11 (en este caso no se han resuelto los problemas sin considerar estas restricciones ya que con ellas ya se obtenían tiempos relativamente altos):

Esc.	Modelo	Tiempo (h)	Coste (€)	Clientes camión	Clientes dron	Drones	Áreas	Tiempo CPU
1	GRIFF 135	5,06	298,31	21	29	6	2	2'47''
2	GYRO X-8	3,92	259,79	20	30	6	1	14'23''
3	GRIFF 135	5,23	276,63	26	24	5	2	2'34''
3	GRIFF 135	5,55	251,53	29	21	4	1	2'09''
3	GRIFF 135	6,14	223,62	30	20	3	1	2'02''
3	GRIFF 135	6,22	203,02	31	19	2	2	1'58''
3	GRIFF 135	6,38	201,29	36	14	1	2	1'47''
3	GYRO X-8	4,28	249,29	21	29	5	1	13'34''
3	GYRO X-8	4,42	232,69	24	26	4	1	11'07''
3	GYRO X-8	4,69	220,74	28	22	3	1	10'12''
3	GYRO X-8	5,03	215,90	31	19	2	2	9'34''
3	GYRO X-8	5,27	212,47	34	16	1	2	8'46''

Cuadro 3.4: Resultados para el modelo de mínimo tiempo de finalización (Fuente: Elaboración propia)

### 3.5. Rutas óptimas del problema biobjetivo

Como se ha podido comprobar anteriormente, minimizar el coste total y el tiempo de finalización de la entrega son dos objetivos que se encuentran en conflicto. Sin embargo, es necesario encontrar un equilibrio entre ambos, ya que las empresas de reparto están interesadas en minimizar el coste lo máximo posible, mientras que los clientes esperan que sus entregas sean rápidas. Para ello, se propone construir las soluciones óptimas de Pareto mediante el método de  $\varepsilon$ -restricciones, aplicando los modelos 2.6 y 2.7 en los dos escenarios principales, es decir, a la flota de drones GRIFF 135 y a la flota GYRO-X8.

Para ello, primero es necesario calcular el punto Ideal y el punto Nadir del problema biobjetivo. Como se explicaba en la sección 2.2.3, el punto Ideal se define como los valores óptimos obtenidos al optimizar individualmente cada objetivo, y el punto Nadir como los valores obtenidos para cada objetivo cuando se optimiza el otro individualmente. A continuación, a partir de estos puntos se calculan los intervalos  $[\underline{\varepsilon}, \bar{\varepsilon}]$  para cada función objetivo, siendo  $\underline{\varepsilon}$  el valor óptimo de una función objetivo, y  $\bar{\varepsilon}$  el valor de dicho objetivo evaluado en la solución óptima según el otro objetivo. Por último, se definen el número de soluciones de Pareto  $M$  que se van a generar, con el objetivo de construir una aproximación de la frontera de Pareto.

#### Escenario 1: Aplicación del GRIFF 135

En primer lugar, atendiendo a los valores obtenidos para ambas funciones objetivos en las secciones 3.3 y 3.4, el punto Ideal ( $p^I$ ) y el punto Nadir ( $p^N$ ) vienen dados por:

$$p^I = [223, 5'06], \quad p^N = [298'31, 5'8]$$

Por tanto,  $\varepsilon$  tomará valores dentro del intervalo  $[5'06, 5'8]$  al imponer las  $\varepsilon$ -restricciones sobre el tiempo en el problema que minimiza el coste (modelo 2.6), y dentro del intervalo  $[223, 298'31]$  al imponerlas sobre el coste en el problema de mínimo tiempo de finalización (modelo 2.7).

En segundo lugar, se decide generar  $M = 6$  soluciones de Pareto para cada uno de los problemas. Con esto, se calcula el espacio consecutivo entre ellas como

$$\Delta \varepsilon = \frac{\bar{\varepsilon}_T - \underline{\varepsilon}_T}{M} = \frac{5,8 - 5,06}{6} = 0,12$$

$$\Delta \varepsilon = \frac{\bar{\varepsilon}_C - \underline{\varepsilon}_C}{M} = \frac{298,31 - 223}{6} = 12,55$$

y se imponen las  $\varepsilon$ -restricciones:

$$T_t \leq \underline{\varepsilon}_T + m\Delta \varepsilon, \quad m \in \{0, \dots, 5\}$$

$$C_t \leq \underline{\varepsilon}_C + m\Delta \varepsilon, \quad m \in \{0, \dots, 5\}$$

sobre el problema de mínimo coste y mínimo tiempo de finalización, respectivamente.

De esta manera, se obtiene el siguiente conjunto de las 12 mejores soluciones de compromiso entre los dos objetivos:

Soluciones del problema de mínimo coste		
$\varepsilon$ -restricciones	Coste total $C_t$	Tiempo total $T_t$
$T_t \leq 5,06$	298,31 €	5,06 h
$T_t \leq 5,18$	272,95 €	5,18 h
$T_t \leq 5,30$	265,29 €	5,30 h
$T_t \leq 5,42$	259,13 €	5,41 h
$T_t \leq 5,54$	246,89 €	5,54 h
$T_t \leq 5,66$	235,24 €	5,65 h

Cuadro 3.5: Soluciones del problema de mínimo coste

Soluciones del problema de mínimo tiempo de finalización		
$\varepsilon$ -restricciones	Tiempo total $T_t$	Coste total $C_t$
$C_t \leq 223$	5,8 h	223 €
$C_t \leq 235,55$	5,67 h	231,07 €
$C_t \leq 248,1$	5,57 h	243,27 €
$C_t \leq 260,65$	5,44 h	256,12 €
$C_t \leq 273,2$	5,28 h	269,46 €
$C_t \leq 285,75$	5,14 h	283,64 €

Cuadro 3.6: Soluciones del problema de mínimo tiempo de finalización

Así, se aproxima la frontera de Pareto con las 12 soluciones de compromiso anteriores como se muestra en la figura 3.10:

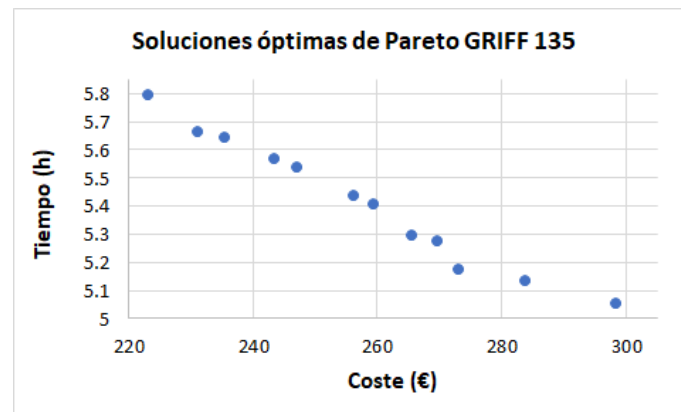


Figura 3.10: Soluciones óptimas de Pareto (Fuente: Elaboración propia)

Como se comentaba anteriormente, esta frontera de Pareto permite a las empresas de reparto buscar un equilibrio entre el coste y el tiempo de finalización, pudiendo alcanzar así sus metas económicas mientras satisface las necesidades de los clientes.

En cuanto a las rutas óptimas obtenidas, tanto las que minimizan el coste como las que minimizan el tiempo (restringiendo el otro objetivo) son muy similares entre sí, y muy similares a las obtenidas en las secciones 3.3 y 3.4. Sin embargo, cabe destacar que los tiempos de ejecución han aumentado considerablemente en el modelo 2.6 respecto al modelo 2.4, y en menor medida, en el 2.7 respecto al 2.5. En el primer caso, se han alcanzado unos tiempos de ejecución de entre 2 minutos 49 segundos y 2 minutos 56 segundos, mientras que en el modelo que únicamente minimizaba el coste (sin restringir el tiempo) se obtenía la solución óptima en 17 segundos. En el segundo caso, se han obtenido unos

tiempos de computación de entre 3 minutos 3 segundos y 3 minutos 16 segundos, mientras que en el modelo que minimizaba el tiempo (sin considerar restricciones) se alcanzaba la solución óptima en 2 minutos 47 segundos. Esto se debe a que, en el modelo que minimizaba únicamente el coste, ha sido necesario añadir primero las restricciones que linealizan la expresión del tiempo de finalización y luego la  $\varepsilon$ -restricción, mientras que en el modelo que minimizaba el tiempo solo ha sido necesario añadir esta última.

### Escenario 2: Aplicación del GYRO-X8

En primer lugar, atendiendo de nuevo a los valores obtenidos para ambas funciones objetivos en las secciones 3.3 y 3.4, el punto Ideal ( $p^I$ ) y el punto Nadir ( $p^N$ ) vienen dados por:

$$p^I = [204'7, 3'92], \quad p^N = [259'79, 5'43]$$

Por tanto,  $\varepsilon$  tomará valores dentro del intervalo  $[3'92, 5'43]$  al imponer las  $\varepsilon$ -restricciones sobre el el tiempo en el problema que minimiza el coste (modelo 2.6), y dentro del intervalo  $[204'7, 259'79]$  al imponerlas sobre el coste en el problema de mínimo tiempo de finalización (modelo 2.7).

En segundo lugar, se decide generar  $M = 6$  soluciones de Pareto para cada uno de los problemas. Con esto, se calcula el espacio consecutivo entre ellas como

$$\begin{aligned} \Delta \varepsilon &= \frac{\bar{\varepsilon}_T - \underline{\varepsilon}_T}{M} = \frac{5,43 - 3,92}{6} = 0,25 \\ \Delta \varepsilon &= \frac{\bar{\varepsilon}_C - \underline{\varepsilon}_C}{M} = \frac{259,79 - 204,7}{6} = 9,18 \end{aligned}$$

y se imponen las  $\varepsilon$ -restricciones anteriores sobre el problema de mínimo coste y mínimo tiempo de finalización, respectivamente.

De esta manera, se obtiene el siguiente conjunto de las 12 mejores soluciones de compromiso entre los dos objetivos:

Soluciones del problema de mínimo coste		
$\varepsilon$ -restricciones	Coste total $C_t$	Tiempo total $T_t$
$T_t \leq 3,92$	259,79 €	3,92 h
$T_t \leq 4,17$	252,64 €	4,15 h
$T_t \leq 4,42$	242,96 €	4,42 h
$T_t \leq 4,67$	235,29 €	4,65 h
$T_t \leq 4,92$	222,84 €	4,90 h
$T_t \leq 5,17$	211,37 €	5,17 h

Cuadro 3.7: Soluciones del problema de mínimo coste

Así, se aproxima la frontera de Pareto con las 12 soluciones de compromiso anteriores como se muestra en la siguiente figura:

Soluciones del problema de mínimo tiempo de finalización		
$\varepsilon$ -restricciones	Tiempo total $T_t$	Coste total $C_t$
$C_t \leq 204,7$	5,43 h	204,7 €
$C_t \leq 213,88$	5,23 h	210,53 €
$C_t \leq 223,06$	4,97 h	220,67 €
$C_t \leq 232,24$	4,71 h	229,75 €
$C_t \leq 241,42$	4,53 h	238,4 €
$C_t \leq 250,6$	4,25 h	247,02 €

Cuadro 3.8: Soluciones del problema de mínimo tiempo de finalización

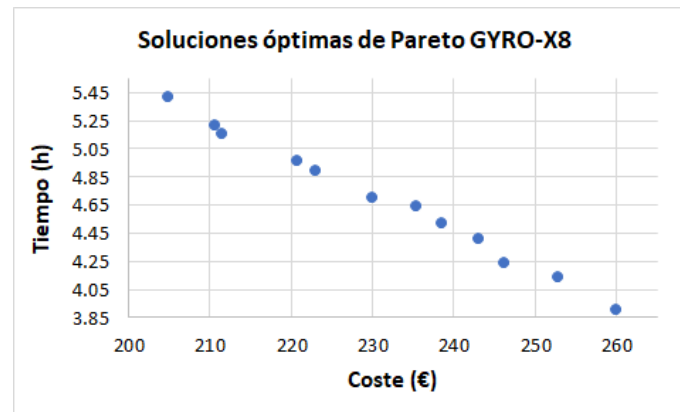


Figura 3.11: Soluciones óptimas de Pareto (Fuente: Elaboración propia)

Análogamente al escenario anterior, tanto las rutas que minimizan el coste como las que minimizan el tiempo (restringiendo el otro objetivo) son muy similares entre sí, y muy similares a las obtenidas en las secciones 3.3 y 3.4. Asimismo, los tiempos de ejecución han aumentado considerablemente en el modelo del coste, y en menor medida, en el del tiempo. En el primer caso, se han alcanzado unos tiempos de ejecución de entre 14 minutos 34 segundos y 15 minutos 45 segundos, mientras que en el modelo que únicamente minimizaba el coste (sin restringir el tiempo) se obtenía la solución óptima en 1 minuto 58 segundos. En el segundo caso, se han obtenido unos tiempos de computación de entre 16 minutos 34 segundos y 18 minutos 27 segundos, mientras que en modelo que minimizaba el tiempo (sin considerar restricciones) se alcanzaba la solución óptima en 14 minutos 23 segundos.

### 3.6. Rutas óptimas con múltiples entregas

En las rutas anteriores se ha supuesto que los drones realizan un único viaje desde cada punto focal. Sin embargo, permitir múltiples entregas por un mismo dron desde cada punto focal, podría suponer un gran ahorro ya que maximizaría la utilización de los drones y serían necesarios menos drones para cubrir las tareas de entrega. Por este motivo, en esta sección se van a construir las rutas óptimas permitiendo múltiples entregas en el modelo que minimiza el coste y en el que minimiza el tiempo de finalización, aplicando los modelos 2.9 y 2.10 a la flota de drones GRIFF 125 y GYRO-X8.

#### Escenario 1: Aplicación del GRIFF 135

En primer lugar, se diseña la ruta óptima que minimiza el coste permitiendo múltiples entregas, obteniendo una ruta con un **coste mínimo de 218 €**, y un **tiempo de finalización de 7,88 h**. A continuación, se indica la ruta obtenida, donde los drones utilizados se indican con el índice  $w$ :

0 → 2 → 1 → 53 ( $w_1$ : 15,  $w_2$ : 17, 16) → 3 → 31 ( $w_1$ : 33,  $w_2$ : 29, 21) → 30 ( $w_1$ : 22,  $w_2$ : 20, 19, 18) → 32 → 43 → 14 → 44 → 13 → 49 ( $w_1$ : 28,  $w_2$ : 48, 50) → 45 → 46 ( $w_1$ : 47, 27) → 41 ( $w_1$ : 41,  $w_2$ : 40) → 39 ( $w_1$ : 42) → 38 ( $w_1$ : 37, 26, 25) → 36 ( $w_1$ : 24) → 35 ( $w_1$ : 23) → 34 → 6 → 7 → 10 → 12 → 11 → 8 → 5 → 4 → 9 → 0

Como se puede observar, se obtiene exactamente la misma ruta que en el modelo que no permite entregas múltiples, pero se **activan 2 drones**, en cuenta de los 4 que se activaban entonces. De este modo, el coste total se reduce 5€ (ya que el coste de activación es 2,5€ por dron), suponiendo un ahorro del 2,29%. En contraposición, el tiempo de finalización aumenta 2h, suponiendo un incremento del 35,86%. Esto se debe a que el tiempo invertido en cada punto focal aumenta considerablemente al permitir que los drones realicen más de una entrega.

Por tanto, si el presupuesto para la adquisición de los drones fuese limitado, permitir múltiples entregas sería una vía para reducir dicha inversión. Sin embargo, debería tenerse en cuenta que esto supondría un aumento sustancial en el tiempo de finalización.

Por último, cabe destacar que para encontrar la ruta óptima bajo este escenario, es preciso un **tiempo de ejecución de 42 segundos**. Como se puede observar, este coste computacional es casi 2,5 veces el que se obtenía sin permitir las entregas múltiples ya que, de esta manera, se amplía el espacio de búsqueda de soluciones factibles.

Por otro lado, en cuanto al problema que minimiza el tiempo de finalización con múltiples entregas, cabe destacar que no varía en absoluto respecto al escenario original. Es decir, no coincide tan solo la ruta, sino también el número de drones activados, y por tanto, el valor del tiempo de finalización y del coste total. Esto se debe a que, en este caso, atender a más de un cliente con un mismo dron supone un incremento del tiempo de finalización en ese punto focal, y por tanto, en la ruta completa. Por tanto, como el objetivo único de este modelo es optimizar el tiempo, independientemente del coste que conlleve, no resulta beneficioso realizar entregas múltiples.

## Escenario 2: Aplicación del GYRO-X8

De nuevo, primero se diseña la ruta óptima que minimiza el coste permitiendo múltiples entregas, obteniendo una ruta con un **coste mínimo de 198,14 €**, y un **tiempo de finalización de 6,75 h**:

0 → 2 → 1 → 53 (17, 16, 15) → 3 → 31 (33, 29, 21) → 30 (22, 20, 19, 18) → 32 → 43 → 14 → 44 → 13 → 49 (48, 50, 28) → 45 → 46 (47, 27) → 41 (41, 40) → 42 (39) → 38 (37, 26, 25) → 36 (24) → 35 (23) → 34 (33) → 6 → 7 → 10 → 12 → 11 → 8 → 5 → 4 → 9 → 0

Como se puede observar, para esta flota de drones si que ha cambiado la ruta obtenida respecto al modelo que no permite entregas múltiples; en particular, se atiende un cliente menos por dron y se **activa únicamente 1 dron**, en cuenta de los 3 drones. De este modo, el coste total se reduce un 3,31%, ahorrando no solo en el coste de activación, sino también en el coste por kilómetro de viaje y/o de vuelo del camión y los drones. En contraposición, el tiempo de finalización aumenta un poco más de 1h, suponiendo un incremento del 24,31%.

Cabe destacar que, con esta flota de drones es posible realizar todas las entregas minimizando el coste con un único dron ya que tiene el doble de rango de vuelo que los drones GRIFF 135, reduciendo así en mayor medida los costes. Asimismo, el tiempo de finalización también aumenta en menor medida, ya que la velocidad del GYRO-X8 es más del doble que la del GRIFF 135. Por ello, en caso de que el presupuesto para la adquisición de los drones fuese limitado, en este caso resultaría más rentable comprar un dron de tipo GYRO-X8, ya que así serían necesarios menos drones y además, el tiempo de finalización no se vería tan afectado. De esta manera, se encontraría un equilibrio entre la reducción de



los costes para la empresa de entrega, y una entrega rápida para los clientes.

Por último, mencionar que para encontrar la ruta óptima bajo este escenario, es preciso un **tiempo de ejecución de 5 minutos 9 segundos**. Como se puede observar, este coste computacional es más de 2,5 veces el que se obtenía sin permitir las entregas múltiples, al igual que ocurría con la flota GRIFF 135.

Por otro lado, en cuanto al problema que minimiza el tiempo de finalización con múltiples entregas, de nuevo no varía en absoluto respecto al escenario original. Es decir, coinciden tanto la ruta, como el número de drones activados, y por tanto, el valor del tiempo de finalización y del coste total.

### 3.7. Ruta óptima sin uso de drones

En las secciones anteriores, se ponía de manifiesto que el uso de drones conlleva un ahorro tanto en el coste como en el tiempo de finalización. Para confirmar este hecho, en esta sección se propone diseñar la ruta óptima utilizando únicamente el camión, es decir, descartando el uso de drones. De esta manera, comparando con las soluciones anteriores, será posible analizar la influencia de los drones en los problemas de entregas.

Para ello, se adapta el modelo de optimización 2.4 de manera que todos los clientes deban ser visitados por el camión, eliminando los conjuntos y las restricciones relativas a los drones. De esta manera, la ruta óptima que minimiza indistintamente el coste y/o tiempo de finalización utilizando un único camión supone un **coste de 316,97 €** y un **tiempo de finalización de 8,25h**:

0 → 15 → 16 → 17 → 1 → 3 → 29 → 21 → 31 → 32 → 22 → 30 → 20 → 18 → 19 → 14 → 43 → 44 → 13 → 50 → 49 → 45 → 46 → 47 → 48 → 28 → 27 → 26 → 37 → 25 → 38 → 41 → 40 → 39 → 42 → 24 → 36 → 35 → 23 → 34 → 33 → 6 → 7 → 10 → 12 → 11 → 8 → 5 → 9 → 4 → 2 → 0

Por un lado, si se compara esta ruta con las obtenidas al minimizar el coste en la sección 3.3, se observa que:

- El coste del camión aumenta considerablemente, ya que utilizando la flota GRIFF 135 se alcanzaba un coste de 223€ y con la flota GYRO-X8 un coste de 204,7€.
- El tiempo de finalización del camión es mucho mayor, ya que originalmente se conseguía un tiempo de finalización de 5,8h con los drones GRIFF 135 y 5,43h con los GYRO-X8.

Por otro lado, si se compara esta ruta con las obtenidas al minimizar el tiempo de finalización en la sección 3.4, se observa que:

- El tiempo de finalización del camión aumenta significativamente, ya que utilizando la flota GRIFF 135 se consigue un tiempo de 5,06h y con la flota GYRO-X8 un tiempo de 3,92h.
- El coste del camión es mucho mayor, ya que originalmente se alcanzaba un coste de 259,79€ con los drones GRIFF 135 y de 298,31€ con los GYRO-X8.

Por tanto, se concluye que para esta zona de cobertura, considerar entregas mixtas con camión y drones supone un reducción del coste entre 6,25 % y 54,85 %, y del tiempo entre 42,24 % y 110,46 %. De esta manera, modernizar las entregas convencionales mediante camiones supondría un ahorro considerable en los costes de la empresa de entrega, y repercutiría positivamente en los clientes al minimizar los tiempos de entrega.

### 3.8. Conclusiones finales

A lo largo de las secciones anteriores, se han aplicado los modelos construidos en el capítulo 2 bajo diferentes escenarios y con dos modelos de dron de características distintas. De estos análisis se pueden desprender diversas conclusiones, tanto de los modelos, como de la zona de cobertura y los vehículos.

En primer lugar, se observa que las rutas óptimas varían significativamente en función de si se minimiza el coste o el tiempo de finalización. Cuando el problema trataba de minimizar el coste, la ruta óptima suele activar menos drones y atender a más clientes con el camión. Sin embargo, cuando se trata de minimizar el tiempo, la ruta óptima utiliza todos los drones disponibles para atender a un mayor número de clientes por este medio.

En cuanto a las flotas de drones, dado que la velocidad del GYRO-X8 es más del doble que la del GRIFF 135, esto le permite realizar más entregas en el mismo tiempo, es decir, reducir el coste por kilómetro, y disminuir el tiempo de finalización. Por tanto, siempre que se realicen entregas de menor tamaño (hasta 15 kg), resulta más conveniente utilizar esta modelo de dron. Sin embargo, dado que el rango de vuelo del GYRO-X8 es también el doble que del GRIFF 135, aumenta el número de clientes que puede atender desde cada punto focal, y por tanto, se amplía considerablemente el espacio de búsqueda de soluciones factibles. De esta manera, aunque la flota GYRO-X8 resulte más ventajosa, si la dimensión del problema aumentase, este resultaría computacionalmente intratable.

Asimismo, cabe destacar que resulta útil definir puntos adicionales en la zona de cobertura que puedan actuar como base de lanzamiento. Esto se debe a que, como consecuencia de eliminar las áreas de servicio, se atienden más clientes por el camión y se redistribuyen los clientes atendidos por drones. Esto conlleva que el coste y el tiempo de finalización también se vean afectados muy negativamente.

Por otro lado, se deduce que el número de drones disponibles influye de manera significativa en el tiempo de finalización de la ruta. En particular, cuando se trata de minimizar el tiempo de finalización, objetivo que se optimiza utilizando el máximo número posible de drones.

En cuanto a los tiempos de resolución de los problemas, encontrar la ruta óptima que minimiza el tiempo, supone un coste computacional unas 10 veces mayor que minimizar el coste. Esto se debe a que, el modelo de mínimo tiempo contenía en la función objetivo un máximo, y con el fin de linealizarla, fue necesario añadir restricciones y variables, aumentando así la complejidad del modelo. Análogamente, dado que el rango de vuelo de la flota GYRO-X8 es muy superior al de la flota GRIFF 135, esto amplía la combinatoria del problema, y es necesario un tiempo computacional unas 7 veces mayor para diseñar la ruta óptima. Sin embargo, en los escenarios anteriores se ha comprobado que las desigualdades válidas propuestas al final del capítulo 2 cumplen su objetivo de reducir el tiempo de computación.

Como se ha podido comprobar, minimizar el coste total y el tiempo de finalización de la entrega son dos objetivos que se encuentran en conflicto. Sin embargo, es necesario encontrar un equilibrio entre ambos, ya que las empresas de reparto están interesadas en minimizar el coste lo máximo posible, mientras que los clientes esperan que sus entregas sean rápidas. Afortunadamente, es posible encontrar un equilibrio entre ambas funciones, construyendo las soluciones óptimas de Pareto mediante el método de  $\epsilon$ -restricciones.

En relación con las múltiples entregas, se ha comprobado que permitir que un dron realice más de una entrega desde un punto focal reduce considerablemente el número de drones activados. Por tanto, si el presupuesto para la adquisición de los drones fuese limitado, esta sería una vía para reducir dicha inversión. Sin embargo, debería tenerse en cuenta que esto supondría un aumento sustancial en el tiempo de finalización.

Por último, se ha diseñado la ruta óptima utilizando un único camión, y se ha verificado que el uso de drones conlleva un ahorro sustancial tanto en el coste como en el tiempo de finalización. Por tanto, queda de manifiesto que modernizar las entregas convencionales mediante camiones supone un gran ahorro en los costes de las empresas de reparto, y repercute positivamente en la satisfacción de los clientes por la reducción de los tiempos de entrega.



# Bibliografía

- [1] EL MERCANTIL, *Más de la mitad de las empresas españolas invierten en mejorar la resiliencia de su supply chain*, <https://elmercantil.com/2020/11/30/mas-de-la-mitad-de-las-empresas-espanolas-invierten-en-mejorar-la-resiliencia-de-su-supply-chain/>.
- [2] CORREOS, *CORREOS prueba el potencial de los drones de tecnología híbrida para el reparto en situaciones de emergencia y zonas aisladas*, <https://www.correos.com/sala-prensa/correos-prueba-el-potencial-de-los-drones-de-tecnologia-hibrida-para-el-reparto-en-situaciones-de-emergencia-y-zonas-aisladas/#>.
- [3] EL PAÍS, *Una flota de drones inteligentes ya entrega el correo en China*, [https://retina.elpais.com/retina/2019/05/20/innovacion/1558353858\\_252108.html](https://retina.elpais.com/retina/2019/05/20/innovacion/1558353858_252108.html).
- [4] AMAZON, *Amazon PrimeAir*, <https://www.amazon.com/Amazon-Prime-Air/b?ie=UTF8&node=8037720011>.
- [5] J. RANCHAL, *Amazon ya puede entregar paquetes con drones*, <https://www.muycomputer.com/2020/09/01/amazon-prime-air/>.
- [6] BOE, *Real Decreto 1036/2017*, [https://www.boe.es/diario\\_boe/txt.php?id=BOE-A-2020-2087](https://www.boe.es/diario_boe/txt.php?id=BOE-A-2020-2087).
- [7] W. LIU, C. LIN, C. CHIU, *Minimizing the Carbon Footprint for the Time-Dependent Heterogeneous-Fleet Vehicle Routing Problem with Alternative Paths*, 4658-4684, 2014.
- [8] C. C. MURRAY, A. G. CHU, *The flying sidekick traveling salesman problem: Optimization of drone-assisted parcel delivery*, *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, 54, 86-109, 2015.
- [9] N. AGATZ, P. BOUMAN, M. SCHMIDT, *Optimization approaches for the traveling salesman problem with drone*, *Transportation Science* 52 54, 965-981, 2018.
- [10] Q. M. HA, Y. DEVILLE, Q. D. PHAM, M. H. HÀ, *On the min-cost Traveling Salesman Problem with Drone*, *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, 86, 597-621, 2018.
- [11] M. D. AMICO, R. MONTEMANNI, S. NOVELLANI, *Matheuristic algorithms for the parallel drone scheduling traveling salesman problem*, *Annals of Operations Research*, 289, 2020.
- [12] A. KARAK, K. ABDELGHANY, *The hybrid vehicle-drone routing problem for pick-up and delivery services*, *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, 102, 427-449, 2019.
- [13] X. WANG, S. POIKONEN, B. GOLDEN, *The vehicle routing problem with drones: several worst-case results*, *Optimization Letters*, 11, 679-697, 2017.
- [14] D. SACRAMENTO, D. PISINGER, S. ROPKE, *An adaptive large neighborhood search metaheuristic for the vehicle routing problem with drones*, *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, 102, 289-315, 2019.

- [15] M. SALAMA, S. SRINIVAS, *Joint optimization of customer location clustering and drone-based routing for last-mile deliveries*, Transportation Research Part C: Emerging Technologies, 114, 620-642, 2020.
- [16] J. CRISTÓBAL, *Optimización multi-objetivo para la evaluación de la sostenibilidad de tecnologías de generación de electricidad a partir del carbón*,
- [17] AEC, *La Asociación Española de la Carretera audita el estado de la red viaria*, <https://www.aecarretera.com/sala-de-prensa/comunicados/comunicados-2020/3061-informe-sobre-necesidades-de-inversion-en-conservacion-viaria-2019-2020>.
- [18] AEMET, *Valores climatológicos normales (Huesca Aeropuerto)*, <http://www.aemet.es/es/serviciosclimaticos/datosclimatologicos/valoresclimatologicos?l=9898&k=arn>.
- [19] AEROPUERTO DE HUESCA, *Zona de control*, [http://rotorsun.sia112.com/Aerodromos/LEHC\\_Huesca/LEHC.pdf](http://rotorsun.sia112.com/Aerodromos/LEHC_Huesca/LEHC.pdf).
- [20] ENAIRE, *Gestor de la navegación aérea*, <https://drones.enaire.es/>.
- [21] G. ERDOGAN, *VRP Spreadsheet Solver*, <https://people.bath.ac.uk/ge277/vrp-spreadsheet-solver/>.
- [22] ACOTRAM, *Asistente para el Cálculo de Costes del Transporte de Mercancías por Carretera*, <https://www.mitma.gob.es/transporte-terrestre/servicios-al-transportista/descarga-de-programas/acotram-300>.
- [23] GYRO-X8, <http://store.slidx.com/gyrox8/>.
- [24] GRIFF 135, <https://griffaviation.com/the-griff-fleet/>.
- [25] J. F. CAMPBELL, D. C. SWEENEY, J. ZHANG, *Strategic Design for Delivery with Trucks and Drones*, 2017.

# Anexo A: Scripts de CPLEX Studio

## Modelo que minimiza el coste operativo (modelo 2.4)

```
/******
* OPL 12.6.2.0 Model
* Author: Andrea Coronas Alagon
* Creation Date: 18/09/2020 at 09:08:12
*****/

//CONJUNTOS
{string} KCD=...; //Clientes que pueden ser atendidos por camion y dron
{string} KC=...; //Clientes que pueden ser atendidos por camion
{string} KD=...; //Clientes que pueden ser atendidos por dron
{string} A=...; //Areas de servicio
{string} KDCD= KD union KCD; //Union de KD y KCD
{string} KCDA= KCD union A; //Union de KCD y A
{string} R=KC union KCD union A; //Puntos focales
{string} RH={"Huesca"} union KC union KCD union A; //Puntos focales y almacen

//PARAMETROS
int Rcard=...; //Cardinal de R
int RHcard=...; //Cardinal de RH
int nd=...; //Numero maximo de drones que puede transportar el camion
float Vd=...; //Velocidad de un dron
float Vc=...; //Velocidad de un camion
float CaD=...; //Coste de activacion de un dron
float CvD=...; //Coste del viaje de un dron
float CvC=...; //Coste del viaje de un camion
float D=...; //Rango maximo de vuelo del dron
int I[KDCD][KCDA];
float a[KDCD][KCDA];
float s[KDCD]=...; //Tiempo de servicio
float dE[KDCD][KCDA]=...; //Distancia euclidea
float dR[RH][RH]=...; //Distancia conduccion

//VARIABLES DE DECISION
dvar boolean z[R]; //zi : el punto i actua como punto focal
dvar boolean y[KDCD][KCDA]; //yki : el cliente k es asignado a un punto focal i
dvar boolean x[RH][RH]; //xij: el camion viaja del punto focal i al j
dvar int+ u[RH]; //orden en el que el punto i es visitado por el camion
dvar int+ v; //drones transportados por el camion
dvar float+ t[KCDA];
dvar float+ TT;
```

```

//EJECUCION PREVIA
execute initializeArray {
for (var k in KDCD){
for (var i in KCDA){
if(dE[k][i]<=D) {
I[k][i]=1;
a[k][i]=2*dE[k][i]/Vd + s[k];}
else {
I[k][i]==0;
a[k][i]==0;}}}}

//FUNCION OBJETIVO (MINIMIZAR EL COSTE)
minimize (CaD * v + CvD * sum(i in KCDA) sum(k in KDCD : I[k][i]==1)
(y[k][i]*2*dE[k][i])+CvC * sum(i in RH) sum(j in RH)(x[i][j]*dR[i][j]));
//RESTRICCIONES
subject to {
/*Esta permitido viajar del punto focal i al cliente k si se cumple el
rango maximo de vuelo*/
forall(k in KDCD, i in KCDA)
y[k][i] <= I[k][i];
/*Los clientes que unicamente pueden ser visitados por el camion deben
ser puntos focales*/
forall(k in KC)
z[k]==1;
/*Esta permitido viajar del punto focal i al cliente k (mediante dron)
unicamente si i es un punto focal*/
forall(k in KDCD, i in KCDA : I[k][i]==1)
y[k][i] <= z[i];
/*Cada cliente se asigna a un unico punto focal*/
forall(k in KD)
sum(i in KCDA : I[k][i]==1) y[k][i]==1;
forall(k in KCD)
sum(i in KCDA : I[k][i]==1) y[k][i] + z[k] == 1;
/*El numero de clientes atendidos por drones en cada cluster no ha de
superar el numero de drones transportados por el camion*/
forall(i in KCDA)
sum (k in KDCD : I[k][i]==1) y[k][i] <= v;
/*El numero de drones transportados por el camion no puede exceder el
numero maximo de drones que puede transportar el camion*/
v <= nd;
/*El camion se detiene exclusivamente en los puntos focales y realiza
una unica visita a cada uno de ellos*/
forall(j in R)
sum(i in RH : i!= j) x[i][j] == z[j];
forall(i in R)
sum(j in RH : j!= i) x[i][j] == z[i];
/*El camion realiza un solo viaje para visitar todos los puntos
focales antes de regresar al almacen, es decir, se eliminan los subtours*/
forall(i in RH, j in R)
u[i]-u[j]+RHcard*x[i][j] <= RHcard-1;

```



```

/*El camion debe salir de Huesca*/
sum(j in R) x["Huesca"][j]==1;
u["Huesca"]==0;
/*El camion debe regresar a Huesca*/
sum(j in R) x[j]["Huesca"]==1;
/*No hay mas de |R| puntos en la ruta*/
forall(i in R)
u[i]<=Rcard*z[i];
/*Desigualdad valida*/
forall(k in KD, j in KCDA : I[k][j]==1)
sum(i in KCDA : dE[k][i]<=dE[k][j]) y[k][i] >= z[j];
/*Calcular Tiempo Total*/
forall(k in KDCD, i in KCDA : I[k][i]==1)
t[i] == max(k in KDCD) y[k][i]*a[k][i];
TT == sum(i in KCDA)t[i] + sum(i in RH) sum(j in RH)(x[i][j]*dR[i][j])/Vc;
}

```

**Modelo que minimiza el tiempo de finalización (modelo 2.5)**

```

/*****
* OPL 12.6.2.0 Model
* Author: Andrea Coronas Alagon
* Creation Date: 20/09/2020 at 08:10:34
*****/

//CONJUNTOS
{string} KCD=...; //Clientes que pueden ser atendidos por camion y dron
{string} KC=...; //Clientes que pueden ser atendidos por camion
{string} KD=...; //Clientes que pueden ser atendidos por dron
{string} A=...; //Areas de servicio
{string} KDCD= KD union KCD; //Union de KD y KCD
{string} KCDA= KCD union A; //Union de KCD y A
{string} R=KC union KCD union A; //Puntos focales
{string} RH={"Huesca"} union KC union KCD union A; //Puntos focales y almacen

//PARAMETROS
int Rcard=...; //Cardinal de R
int RHcard=...; //Cardinal de RH
int nd=...; //Numero maximo de drones que puede transportar el camion
float Vd=...; //Velocidad de un dron
float Vc=...; //Velocidad de un camion
float CaD=...; //Coste de activacion de un dron
float CvD=...; //Coste del viaje de un dron
float CvC=...; //Coste del viaje de un camion
float D=...; //Rango maximo de vuelo del dron
int I[KDCD][KCDA];
float a[KDCD][KCDA];
float s[KDCD]=...; //Tiempo de servicio
float dE[KDCD][KCDA]=...; //Distancia euclidea
float dR[RH][RH]=...; //Distancia conduccion

//VARIABLES DE DECISION
dvar boolean z[R]; //zi : el punto i actua como punto focal
dvar boolean y[KDCD][KCDA]; //yki : el cliente k es asignado a un punto focal i
dvar boolean x[RH][RH]; //xij: el camion viaja del punto focal i al j
dvar int+ u[RH]; //orden en el que el punto i es visitado por el camion
dvar int+ v; //drones transportados por el camion
dvar float+ t[KCDA];
dvar float+ CT;

//EJECUCION PREVIA
execute initializeArray {
for (var k in KDCD){
for (var i in KCDA){
if(dE[k][i]<=D) {
I[k][i]=1;
a[k][i]=2*dE[k][i]/Vd + s[k];}
else {
I[k][i]==0;

```

```

a[k][i]==0;}}}}

//FUNCION OBJETIVO (MINIMIZAR EL COSTE)
minimize (sum(i in KCDA)t[i] + sum(i in RH) sum(j in RH)
(x[i][j]*dR[i][j])/Vc);
//RESTRICCIONES
subject to {
/*Esta permitido viajar del punto focal i al cliente k si se cumple el
rango maximo de vuelo*/
forall(k in KDCD, i in KCDA)
y[k][i] <= I[k][i];
/*Los clientes que unicamente pueden ser visitados por el camion deben
ser puntos focales*/
forall(k in KC)
z[k]==1;
/*Esta permitido viajar del punto focal i al cliente k (mediante dron)
unicamente si i es un punto focal*/
forall(k in KDCD, i in KCDA : I[k][i]==1)
y[k][i] <= z[i];
/*Cada cliente se asigna a un unico punto focal*/
forall(k in KD)
sum(i in KCDA : I[k][i]==1) y[k][i]==1;
forall(k in KCD)
sum(i in KCDA : I[k][i]==1) y[k][i] + z[k] == 1;
/*El numero de clientes atendidos por drones en cada cluster no ha de
superar el numero de drones transportados por el camion*/
forall(i in KCDA)
sum (k in KDCD : I[k][i]==1) y[k][i] <= v;
/*El numero de drones transportados por el camion no puede exceder el
numero maximo de drones que puede transportar el camion*/
v <= nd;
/*Linealizar la funcion objetivo*/
forall(k in KDCD, i in KCDA : I[k][i]==1)
t[i] >= y[k][i]*a[k][i];
/*El camion se detiene exclusivamente en los puntos focales y realiza
una unica visita a cada uno de ellos*/
forall(j in R)
sum(i in RH : i!= j) x[i][j] == z[j];
forall(i in R)
sum(j in RH : j!= i) x[i][j] == z[i];
/*El camion realiza un solo viaje para visitar todos los puntos
focales antes de regresar al almacen, es decir, se eliminan los subtours*/
forall(i in RH, j in R)
u[i]-u[j]+RHcard*x[i][j] <= RHcard-1;
/*El camion debe salir de Huesca*/
sum(j in R) x["Huesca"][j]==1;
u["Huesca"]==0;
/*El camion debe regresar a Huesca*/
sum(j in R) x[j]["Huesca"]==1;
/*No hay mas de |R| puntos en la ruta*/
forall(i in R)

```

```

u[i]<=Rcard*z[i];
/*Desigualdad valida*/
forall(k in KD, j in KCDA : I[k][j]==1)
sum(i in KCDA : dE[k][i]<=dE[k][j]) y[k][i] >= z[j];
/*Calcular Coste Total*/
CT == CaD * v + CvD * sum(i in KCDA) sum(k in KDCD: I[k][i]==1)(y[k][i]*2*dE[k][i])
+CvC * sum(i in RH) sum(j in RH)(x[i][j]*dR[i][j]);
}

```

**Modelo biojetivo que minimiza el coste operativo (modelo 2.6)**

```

/*****
* OPL 12.6.2.0 Model
* Author: Andrea Coronas Alagon
* Creation Date: 22/09/2020 at 15:32:23
*****/

//CONJUNTOS
{string} KCD=...; //Clientes que pueden ser atendidos por camion y dron
{string} KC=...; //Clientes que pueden ser atendidos por camion
{string} KD=...; //Clientes que pueden ser atendidos por dron
{string} A=...; //Areas de servicio
{string} KDCD= KD union KCD; //Union de KD y KCD
{string} KCDA= KCD union A; //Union de KCD y A
{string} R=KC union KCD union A; //Puntos focales
{string} RH={"Huesca"} union KC union KCD union A; //Puntos focales y almacen

//PARAMETROS
int Rcard=...; //Cardinal de R
int RHcard=...; //Cardinal de RH
int nd=...; //Numero maximo de drones que puede transportar el camion
float Vd=...; //Velocidad de un dron
float Vc=...; //Velocidad de un camion
float CaD=...; //Coste de activacion de un dron
float CvD=...; //Coste del viaje de un dron
float CvC=...; //Coste del viaje de un camion
float D=...; //Rango maximo de vuelo del dron
int I[KDCD][KCDA];
float a[KDCD][KCDA];
float s[KDCD]=...; //Tiempo de servicio
float dE[KDCD][KCDA]=...; //Distancia euclidea
float dR[RH][RH]=...; //Distancia conduccion

//VARIABLES DE DECISION
dvar boolean z[R]; //zi : el punto i actua como punto focal
dvar boolean y[KDCD][KCDA]; //yki : el cliente k es asignado a un punto focal i
dvar boolean x[RH][RH]; //xij: el camion viaja del punto focal i al j
dvar int+ u[RH]; //orden en el que el punto i es visitado por el camion
dvar int+ v; //drones transportados por el camion
dvar float+ t[KCDA];
dvar float+ TT;

//EJECUCION PREVIA
execute initializeArray {
for (var k in KDCD){
for (var i in KCDA){
if(dE[k][i]<=D) {
I[k][i]=1;
a[k][i]=2*dE[k][i]/Vd + s[k];}
else {
I[k][i]==0;

```

```

a[k][i]==0;}}}}

//FUNCION OBJETIVO (MINIMIZAR EL COSTE)
minimize (CaD * v + CvD * sum(i in KCDA) sum(k in KDCD : I[k][i]==1)
(y[k][i]*2*dE[k][i])+CvC * sum(i in RH) sum(j in RH)(x[i][j]*dR[i][j]));
//RESTRICCIONES
subject to {
/*Esta permitido viajar del punto focal i al cliente k si se cumple el
rango maximo de vuelo*/
forall(k in KDCD, i in KCDA)
y[k][i] <= I[k][i];
/*Los clientes que unicamente pueden ser visitados por el camion deben
ser puntos focales*/
forall(k in KC)
z[k]==1;
/*Esta permitido viajar del punto focal i al cliente k (mediante dron)
unicamente si i es un punto focal*/
forall(k in KDCD, i in KCDA : I[k][i]==1)
y[k][i] <= z[i];
/*Cada cliente se asigna a un unico punto focal*/
forall(k in KD)
sum(i in KCDA : I[k][i]==1) y[k][i]==1;
forall(k in KCD)
sum(i in KCDA : I[k][i]==1) y[k][i] + z[k] == 1;
/*El numero de clientes atendidos por drones en cada cluster no ha de
superar el numero de drones transportados por el camion*/
forall(i in KCDA)
sum (k in KDCD : I[k][i]==1) y[k][i] <= v;
/*El numero de drones transportados por el camion no puede exceder el
numero maximo de drones que puede transportar el camion*/
v <= nd;
/*El camion se detiene exclusivamente en los puntos focales y realiza
una unica visita a cada uno de ellos*/
forall(j in R)
sum(i in RH : i!= j) x[i][j] == z[j];
forall(i in R)
sum(j in RH : j!= i) x[i][j] == z[i];
/*El camion realiza un solo viaje para visitar todos los puntos
focales antes de regresar al almacen, es decir, se eliminan los subtours*/
forall(i in RH, j in R)
u[i]-u[j]+RHcard*x[i][j] <= RHcard-1;
/*El camion debe salir de Huesca*/
sum(j in R) x["Huesca"][j]==1;
u["Huesca"]==0;
/*El camion debe regresar a Huesca*/
sum(j in R) x[j]["Huesca"]==1;
/*No hay mas de |R| puntos en la ruta*/
forall(i in R)
u[i]<=Rcard*z[i];
/*Desigualdad valida*/
forall(k in KD, j in KCDA : I[k][j]==1)

```

```
sum(i in KCDA : dE[k][i]<=dE[k][j]) y[k][i] >= z[j];
/*Calcular Tiempo Total*/
forall(k in KDCC, i in KCDA : I[k][i]==1)
t[i] >= y[k][i]*a[k][i];
TT == sum(i in KCDA)t[i] + sum(i in RH) sum(j in RH)(x[i][j]*dR[i][j])/Vc;
TT <= 5.7;
}
```

**Modelo biobjetivo que minimiza el tiempo de finalización (modelo 2.7)**

```

/*****
* OPL 12.6.2.0 Model
* Author: Andrea Coronas Alagon
* Creation Date: 22/09/2020 at 17:23:56
*****/

//CONJUNTOS
{string} KCD=...; //Clientes que pueden ser atendidos por camion y dron
{string} KC=...; //Clientes que pueden ser atendidos por camion
{string} KD=...; //Clientes que pueden ser atendidos por dron
{string} A=...; //Areas de servicio
{string} KDCD= KD union KCD; //Union de KD y KCD
{string} KCDA= KCD union A; //Union de KCD y A
{string} R=KC union KCD union A; //Puntos focales
{string} RH={"Huesca"} union KC union KCD union A; //Puntos focales y almacen

//PARAMETROS
int Rcard=...; //Cardinal de R
int RHcard=...; //Cardinal de RH
int nd=...; //Numero maximo de drones que puede transportar el camion
float Vd=...; //Velocidad de un dron
float Vc=...; //Velocidad de un camion
float CaD=...; //Coste de activacion de un dron
float CvD=...; //Coste del viaje de un dron
float CvC=...; //Coste del viaje de un camion
float D=...; //Rango maximo de vuelo del dron
int I[KDCD][KCDA];
float a[KDCD][KCDA];
float s[KDCD]=...; //Tiempo de servicio
float dE[KDCD][KCDA]=...; //Distancia euclidea
float dR[RH][RH]=...; //Distancia conduccion

//VARIABLES DE DECISION
dvar boolean z[R]; //zi : el punto i actua como punto focal
dvar boolean y[KDCD][KCDA]; //yki : el cliente k es asignado a un punto focal i
dvar boolean x[RH][RH]; //xij: el camion viaja del punto focal i al j
dvar int+ u[RH]; //orden en el que el punto i es visitado por el camion
dvar int+ v; //drones transportados por el camion
dvar float+ t[KCDA];
dvar float+ CT;

//EJECUCION PREVIA
execute initializeArray {
for (var k in KDCD){
for (var i in KCDA){
if(dE[k][i]<=D) {
I[k][i]=1;
a[k][i]=2*dE[k][i]/Vd + s[k];}
else {
I[k][i]==0;

```



```

a[k][i]==0;}}}}

//FUNCION OBJETIVO (MINIMIZAR EL COSTE)
minimize (sum(i in KCDA)t[i] + sum(i in RH) sum(j in RH)
(x[i][j]*dR[i][j])/Vc);
//RESTRICCIONES
subject to {
/*Esta permitido viajar del punto focal i al cliente k si se cumple el
rango maximo de vuelo*/
forall(k in KDCD, i in KCDA)
y[k][i] <= I[k][i];
/*Los clientes que unicamente pueden ser visitados por el camion deben
ser puntos focales*/
forall(k in KC)
z[k]==1;
/*Esta permitido viajar del punto focal i al cliente k (mediante dron)
unicamente si i es un punto focal*/
forall(k in KDCD, i in KCDA : I[k][i]==1)
y[k][i] <= z[i];
/*Cada cliente se asigna a un unico punto focal*/
forall(k in KD)
sum(i in KCDA : I[k][i]==1) y[k][i]==1;
forall(k in KCD)
sum(i in KCDA : I[k][i]==1) y[k][i] + z[k] == 1;
/*El numero de clientes atendidos por drones en cada cluster no ha de
superar el numero de drones transportados por el camion*/
forall(i in KCDA)
sum (k in KDCD : I[k][i]==1) y[k][i] <= v;
/*El numero de drones transportados por el camion no puede exceder el
numero maximo de drones que puede transportar el camion*/
v <= nd;
/*Linealizar la funcion objetivo*/
forall(k in KDCD, i in KCDA : I[k][i]==1)
t[i] >= y[k][i]*a[k][i];
/*El camion se detiene exclusivamente en los puntos focales y realiza
una unica visita a cada uno de ellos*/
forall(j in R)
sum(i in RH : i!= j) x[i][j] == z[j];
forall(i in R)
sum(j in RH : j!= i) x[i][j] == z[i];
/*El camion realiza un solo viaje para visitar todos los puntos
focales antes de regresar al almacen, es decir, se eliminan los subtours*/
forall(i in RH, j in R)
u[i]-u[j]+RHcard*x[i][j] <= RHcard-1;
/*El camion debe salir de Huesca*/
sum(j in R) x["Huesca"][j]==1;
u["Huesca"]==0;
/*El camion debe regresar a Huesca*/
sum(j in R) x[j]["Huesca"]==1;
/*No hay mas de |R| puntos en la ruta*/
forall(i in R)

```

```

u[i]<=Rcard*z[i];
/*Desigualdad valida*/
forall(k in KD, j in KCDA : I[k][j]==1)
sum(i in KCDA : dE[k][i]<=dE[k][j]) y[k][i] >= z[j];
/*Calcular Coste Total*/
CT == CaD * v + CvD * sum(i in KCDA) sum(k in KDCD: I[k][i]==1)(y[k][i]*2*dE[k][i])
+CvC * sum(i in RH) sum(j in RH)(x[i][j]*dR[i][j]);
CT <= 290;
}

```

**Modelo que minimiza el coste operativo permitiendo entregas múltiples (modelo 2.9)**

```

/*****
* OPL 12.6.2.0 Model
* Author: Andrea Coronas Alagon
* Creation Date: 25/09/2020 at 18:48:34
*****/

//CONJUNTOS
{string} KCD=...; //Clientes que pueden ser atendidos por camion y dron
{string} KC=...; //Clientes que pueden ser atendidos por camion
{string} KD=...; //Clientes que pueden ser atendidos por dron
{string} A=...; //Areas de servicio
{string} KDCD= KD union KCD; //Union de KD y KCD
{string} KCDA= KCD union A; //Union de KCD y A
{string} R=KC union KCD union A; //Puntos focales
{string} RH={"Huesca"} union KC union KCD union A; //Puntos focales y almacen
{string} W=...; //Conjunto de drones

//PARAMETROS
int Rcard=...; //Cardinal de R
int RHcard=...; //Cardinal de RH
float Vd=...; //Velocidad de un dron
float Vc=...; //Velocidad de un camion
float CaD=...; //Coste de activacion de un dron
float CvD=...; //Coste del viaje de un dron
float CvC=...; //Coste del viaje de un camion
float D=...; //Rango maximo de vuelo del dron
int I[KDCD][KCDA];
float a[KDCD][KCDA];
float s[KDCD]=...; //Tiempo de servicio
float dE[KDCD][KCDA]=...; //Distancia euclidea
float dR[RH][RH]=...; //Distancia conduccion

//VARIABLES DE DECISION
dvar boolean z[R]; //zi : el punto i actua como punto focal
dvar boolean y[KDCD][KCDA]; //yki : el cliente k es asignado a un punto focal i
dvar boolean x[RH][RH]; //xij: el camion viaja del punto focal i al j
dvar int+ u[RH]; //orden en el que el punto i es visitado por el camion
dvar float+ t[KCDA];
dvar float+ TT;

//EJECUCION PREVIA
execute initializeArray {
for (var k in KDCD){
for (var i in KCDA){
if(dE[k][i]<=D) {
I[k][i]=1;
a[k][i]=2*dE[k][i]/Vd + s[k];}
else {
I[k][i]==0;
a[k][i]==0;}}}

```

```

//FUNCION OBJETIVO (MINIMIZAR EL COSTE)
minimize (CaD * sum(w in W) g[w] + CvD * sum(i in KCDA) sum(k in KDCD : I[k][i]==1)
(y[k][i]*2*dE[k][i]) +CvC * sum(i in RH) sum(j in RH) (x[i][j]*dR[i][j]));
//RESTRICCIONES
subject to {
/*Esta permitido viajar del punto focal i al cliente k si se cumple el
rango maximo de vuelo*/
forall(k in KDCD, i in KCDA)
y[k][i] <= I[k][i];
/*Los clientes que unicamente pueden ser visitados por el camion deben
ser puntos focales*/
forall(k in KC)
z[k]==1;
/*Esta permitido viajar del punto focal i al cliente k (mediante dron)
unicamente si i es un punto focal*/
forall(k in KDCD, i in KCDA : I[k][i]==1)
y[k][i] <= z[i];
/*Cada cliente se asigna a un unico punto focal*/
forall(k in KD)
sum(i in KCDA : I[k][i]==1) y[k][i]==1;
forall(k in KCD)
sum(i in KCDA : I[k][i]==1) y[k][i]+ z[k] == 1;
/*Se permite el multitrip*/
forall(w in W, k in KDCD, i in KCDA : I[k][i]==1)
g[w] >= f[k][i][w];
forall(k in KDCD, i in KCDA : I[k][i]==1)
sum(w in W) f[k][i][w] == y[k][i];
forall(i in KCDA, w in W)
sum(k in KDCD : I[k][i]==1) f[k][i][w]*dE[k][i] <= D;
/*El numero de clientes atendidos por drones en cada cluster no ha de
superar el numero de drones transportados por el camion*/
forall(i in KCDA)
sum (k in KDCD : I[k][i]==1) y[k][i] <= v;
/*El camion se detiene exclusivamente en los puntos focales y realiza
una unica visita a cada uno de ellos*/
forall(j in R)
sum(i in RH : i!= j) x[i][j] == z[j];
forall(i in R)
sum(j in RH : j!= i) x[i][j] == z[i];
/*El camion realiza un solo viaje para visitar todos los puntos
focales antes de regresar al almacen, es decir, se eliminan los subtours*/
forall(i in RH, j in R)
u[i]-u[j]+RHcard*x[i][j] <= RHcard-1;
/*El camion debe salir de Huesca*/
sum(j in R) x["Huesca"][j]==1;
u["Huesca"]==0;
/*El camion debe regresar a Huesca*/
sum(j in R) x[j]["Huesca"]==1;
/*No hay mas de |R| puntos en la ruta*/
forall(i in R)

```

```

u[i] <= Rcard * z[i];
/*Desigualdad valida*/
forall(k in KD, j in KCDA : I[k][j] == 1)
sum(i in KCDA : dE[k][i] <= dE[k][j]) y[k][i] >= z[j];
/*Calcular Tiempo Total*/
forall(k in KDCD, i in KCDA : I[k][i] == 1)
t[i] == max(w in W) (sum(k in KDCD) f[k][i][w] * a[k][i]);
TT == sum(i in KCDA) t[i] + sum(i in RH) sum(j in RH) (x[i][j] * dR[i][j]) / Vc;
}

```

**Modelo que minimiza el tiempo de finalización permitiendo entregas múltiples (modelo 2.10)**

```

/*****
* OPL 12.6.2.0 Model
* Author: Andrea Coronas Alagon
* Creation Date: 25/09/2020 at 20:56:39
*****/

//CONJUNTOS
{string} KCD=...; //Clientes que pueden ser atendidos por camion y dron
{string} KC=...; //Clientes que pueden ser atendidos por camion
{string} KD=...; //Clientes que pueden ser atendidos por dron
{string} A=...; //Areas de servicio
{string} KDCD= KD union KCD; //Union de KD y KCD
{string} KCDA= KCD union A; //Union de KCD y A
{string} R=KC union KCD union A; //Puntos focales
{string} RH={"Huesca"} union KC union KCD union A; //Puntos focales y almacen
{string} W=...; //Conjunto de drones

//PARAMETROS
int Rcard=...; //Cardinal de R
int RHcard=...; //Cardinal de RH
float Vd=...; //Velocidad de un dron
float Vc=...; //Velocidad de un camion
float CaD=...; //Coste de activacion de un dron
float CvD=...; //Coste del viaje de un dron
float CvC=...; //Coste del viaje de un camion
float D=...; //Rango maximo de vuelo del dron
int I[KDCD][KCDA];
float a[KDCD][KCDA];
float s[KDCD]=...; //Tiempo de servicio
float dE[KDCD][KCDA]=...; //Distancia euclidea
float dR[RH][RH]=...; //Distancia conduccion

//VARIABLES DE DECISION
dvar boolean z[R]; //zi : el punto i actua como punto focal
dvar boolean y[KDCD][KCDA]; //yki : el cliente k es asignado a un punto focal i
dvar boolean x[RH][RH]; //xij: el camion viaja del punto focal i al j
dvar int+ u[RH]; //orden en el que el punto i es visitado por el camion
dvar float+ t[KCDA];
dvar float+ CT;

//EJECUCION PREVIA
execute initializeArray {
for (var k in KDCD){
for (var i in KCDA){
if(dE[k][i]<=D) {
I[k][i]=1;
a[k][i]=2*dE[k][i]/Vd + s[k];}
else {
I[k][i]==0;
a[k][i]==0;}}}

```

```

//FUNCION OBJETIVO (MINIMIZAR EL COSTE)
minimize (sum(i in KCDA)t[i] + sum(i in RH) sum(j in RH) (x[i][j]*dR[i][j])/Vc);
//RESTRICCIONES
subject to {
/*Esta permitido viajar del punto focal i al cliente k si se cumple el
rango maximo de vuelo*/
forall(k in KDCD, i in KCDA)
y[k][i] <= I[k][i];
/*Los clientes que unicamente pueden ser visitados por el camion deben
ser puntos focales*/
forall(k in KC)
z[k]==1;
/*Esta permitido viajar del punto focal i al cliente k (mediante dron)
unicamente si i es un punto focal*/
forall(k in KDCD, i in KCDA : I[k][i]==1)
y[k][i] <= z[i];
/*Cada cliente se asigna a un unico punto focal*/
forall(k in KD)
sum(i in KCDA : I[k][i]==1) y[k][i]==1;
forall(k in KCD)
sum(i in KCDA : I[k][i]==1) y[k][i]+ z[k] == 1;
/*Se permite el multitrip*/
forall(w in W, k in KDCD, i in KCDA : I[k][i]==1)
g[w] >= f[k][i][w];
forall(k in KDCD, i in KCDA : I[k][i]==1)
sum(w in W) f[k][i][w] == y[k][i];
forall(i in KCDA, w in W)
sum(k in KDCD : I[k][i]==1) f[k][i][w]*dE[k][i] <= D;
/*El numero de clientes atendidos por drones en cada cluster no ha de
superar el numero de drones transportados por el camion*/
forall(i in KCDA)
sum (k in KDCD : I[k][i]==1) y[k][i] <= v;
/*Linealizar la funcion objetivo*/
forall(k in KDCD, i in KCDA : I[k][i]==1)
t[i] >= sum(k in KDCD) f[k][i][w]*a[k][i];
/*El camion se detiene exclusivamente en los puntos focales y realiza
una unica visita a cada uno de ellos*/
forall(j in R)
sum(i in RH : i!= j) x[i][j] == z[j];
forall(i in R)
sum(j in RH : j!= i) x[i][j] == z[i];
/*El camion realiza un solo viaje para visitar todos los puntos
focales antes de regresar al almacen, es decir, se eliminan los subtours*/
forall(i in RH, j in R)
u[i]-u[j]+RHcard*x[i][j] <= RHcard-1;
/*El camion debe salir de Huesca*/
sum(j in R) x["Huesca"][j]==1;
u["Huesca"]==0;
/*El camion debe regresar a Huesca*/
sum(j in R) x[j]["Huesca"]==1;

```

```

/*No hay mas de |R| puntos en la ruta*/
forall(i in R)
u[i]<=Rcard*z[i];
/*Desigualdad valida*/
forall(k in KD, j in KCDA : I[k][j]==1)
sum(i in KCDA : dE[k][i]<=dE[k][j]) y[k][i] >= z[j];
/*Calcular Coste Total*/
CT == CaD * v + CvD * sum(i in KCDA) sum(k in KDCD: I[k][i]==1)(y[k][i]*2*dE[k][i])
+CvC * sum(i in RH) sum(j in RH)(x[i][j]*dR[i][j]);
}

```



**Conjunto de datos para la flota GRIFF 135**

```

/*****
* OPL 12.6.2.0 Data
* Author: Andrea Coronas Alagon
* Creation Date: 18/09/2020 at 09:29:47
*****/

//CONJUNTOS
//Conjunto de 22 clientes que pueden ser atendidos por camion y dron
KCD={"Velillas", "Ibieca", "Adahuesca", "HuertaDeVero", "Colungo",
"SalasAltas", "SalasBajas", "Buera", "Abiego", "Castillazuelo",
"Azara", "CasbasDeHuesca", "Angues", "TorresDeMontes", "Blecua",
"Antillon", "Lascellas", "Ponzano", "Peraltila", "Laluenga",
"Pertusa", "Berbegal"};
//Conjunto de 14 clientes que pueden ser atendidos por camion
KC={"Loporzano", "Bierge", "Alquezar", "Tierz", "Sietamo",
"BellestarDelFlumen", "Monflorite", "AlcalaDelObispo", "Argavieso",
"AlberoAlto", "AlberoBajo", "Novalles", "Sesa", "Piraces"};
//Conjunto de 14 clientes que pueden ser atendidos por dron
KD={"Apies", "Chibluco", "SantaEulaliaLaMayor", "Panzano", "Yaso",
"Labata", "Junzano", "SalinasDeHoz", "Liesa", "Bespen",
"Laperdiguera", "Fornillo", "TorresDeAlcanadre", "Cregenzan"};
//Conjunto de 5 areas de servicio
A={"AGP", "Bonet", "Galp", "Repsol", "PeraltilaEstacion"};

//PARAMETROS
Rcard=41; //Cardinal de R
RHcard=42; //Cardinal de RH
nd=6; //Numero maximo de drones que puede transportar el camion
Vd=50; //Velocidad de un dron
Vc=80; //Velocidad de un camion
CaD=2.5; //Coste de activacion de un dron
CvD=0.30; //Coste del viaje de un dron
CvC=0.7; //Coste del viaje de un camion
D=18; //Rango maximo de vuelo del dron
// Distancia euclidiana entre los puntos focales y los clientes
dE =[ [ 20.01 17.66 33.92 36.79 39.10 41.11 42.61 37.92 29.80 42.56 35.32 23.04
24.61 22.83 25.85 28.99 32.45 32.46 37.12 38.47 33.71 44.34 12.20 13.75 11.20 15.73
37.39 ]
[ 16.14 13.64 29.92 32.77 35.19 37.10 38.59 33.93 25.78 38.54 31.34 19.02 20.66
19.07 22.25 25.40 28.52 28.53 33.15 34.67 30.14 40.57 11.04 11.68 8.14 12.18 33.43
]
[ 12.38 9.07 24.96 27.91 30.13 32.18 33.72 28.95 21.06 33.85 26.90 14.19 16.45 15.56
19.13 22.22 24.31 24.33 28.76 30.84 26.93 36.80 12.99 12.33 7.70 9.76 29.06 ]
[ 10.57 6.36 15.10 18.53 19.64 22.42 24.13 18.90 12.70 24.98 19.31 6.39 11.31 13.26
17.04 19.36 17.83 17.84 21.24 25.07 23.35 30.87 21.27 19.27 14.99 12.92 21.58 ]
[ 11.31 8.05 11.85 15.40 16.24 19.14 20.90 15.56 10.19 21.95 16.86 5.25 10.54 13.40
16.85 18.74 15.89 15.90 18.76 23.14 22.27 28.77 23.85 21.58 17.60 14.80 19.11 ]
[ 8.47 4.77 13.76 16.95 18.90 21.05 22.67 17.71 10.67 23.22 17.18 4.05 8.89 10.98
14.70 16.95 15.52 15.53 19.11 22.73 20.92 28.57 20.55 18.27 14.31 11.53 19.44 ]
[ 6.81 7.11 10.03 12.19 16.43 16.69 18.01 14.04 5.04 17.80 11.01 2.38 3.57 7.30

```

```

10.08 11.57 9.10 9.12 12.92 16.31 14.98 22.15 21.92 19.05 16.30 11.95 13.24 ]
[ 27.66 27.16 10.92 10.53 4.65 7.26 8.27 7.23 16.70 12.18 16.77 21.62 23.33 27.29
28.30 27.68 19.89 19.88 16.99 23.00 27.64 25.17 42.77 39.93 36.96 32.82 17.15 ]
[ 2.19 2.89 17.61 19.69 23.87 24.23 25.46 21.63 12.45 24.86 17.34 6.93 6.58 5.45
9.24 12.19 14.39 14.40 19.10 20.66 16.83 26.61 14.39 11.65 8.71 4.52 19.36 ]
[ 8.20 12.35 15.48 15.39 22.10 19.65 20.17 18.60 9.81 18.15 10.18 11.01 5.72 5.04
2.78 2.53 6.52 6.53 11.30 10.72 6.54 16.52 20.76 17.56 17.08 12.19 11.44 ]
[ 19.52 23.13 17.36 14.65 22.16 16.83 16.16 18.19 14.58 12.53 8.72 19.92 15.65 16.52
13.77 10.80 8.54 8.53 7.52 1.34 6.81 4.99 31.77 28.60 28.57 23.72 7.26 ]
[ 28.35 31.50 21.45 17.75 23.88 17.46 15.90 20.42 21.04 12.16 14.37 27.46 24.02
25.55 23.08 20.17 16.21 16.20 12.45 9.98 16.08 4.90 41.14 37.96 37.77 32.86 12.11
]
[ 18.64 22.91 21.43 19.39 26.99 22.22 21.77 23.02 17.34 18.30 13.01 21.06 16.01
15.38 11.76 8.66 11.18 11.18 12.44 6.64 4.03 9.10 28.48 25.43 26.31 21.78 12.27
]
[ 28.74 29.83 13.88 10.64 11.89 6.60 4.86 10.38 17.73 6.00 13.90 24.39 23.87 27.25
26.85 25.17 17.57 17.56 12.95 17.33 23.45 17.41 43.85 40.74 38.79 34.06 12.90 ]
[ 0.00 4.62 16.76 18.49 23.24 23.05 24.17 20.71 11.27 23.31 15.61 6.87 4.89 3.27
7.12 10.02 12.49 12.50 17.30 18.56 14.64 24.49 15.27 12.30 10.09 5.33 17.55 ]
[ 4.62 0.00 16.66 19.22 22.55 23.65 25.05 20.72 12.15 24.90 17.83 5.60 7.51 7.76
11.66 14.42 15.30 15.31 19.69 22.04 18.89 28.01 16.03 13.59 9.91 6.76 19.98 ]
[ 16.76 16.66 0.00 3.88 6.71 7.32 9.05 4.06 5.87 10.52 8.66 11.07 12.43 16.42 17.75
17.62 10.49 10.49 9.98 16.04 18.70 20.39 31.95 29.05 26.27 21.98 10.29 ]
[ 18.49 19.22 3.88 0.00 7.60 4.57 5.83 3.63 7.24 6.67 6.42 13.75 13.74 17.48 17.97
17.16 9.36 9.35 7.14 13.40 17.24 17.09 33.74 30.71 28.40 23.82 7.39 ]
[ 23.24 22.55 6.71 7.60 0.00 6.47 8.27 3.99 12.59 11.73 14.00 17.04 19.09 23.10
24.44 24.16 16.65 16.64 14.69 20.94 24.73 24.12 38.26 35.46 32.39 28.33 14.92 ]
[ 23.05 23.65 7.32 4.57 6.47 0.00 1.96 3.85 11.80 5.31 9.91 18.11 18.31 22.01 22.31
21.23 13.33 13.33 9.85 15.75 20.66 18.08 38.31 35.28 32.94 28.38 9.98 ]
[ 24.17 25.05 9.05 5.83 8.27 1.96 0.00 5.79 13.02 3.91 10.12 19.57 19.35 22.90 22.89
21.56 13.71 13.70 9.68 15.18 20.56 16.91 39.38 36.30 34.16 29.51 9.74 ]
[ 20.71 20.72 4.06 3.63 3.99 3.85 5.79 0.00 9.56 8.47 10.04 15.12 16.22 20.14 21.07
20.52 12.84 12.84 10.71 16.96 20.83 20.31 35.94 33.01 30.31 25.96 10.94 ]
[ 11.27 12.15 5.87 7.24 12.59 11.80 13.02 9.56 0.00 12.79 6.67 6.93 6.66 10.59 11.93
12.12 6.25 6.26 8.58 13.25 14.03 18.67 26.54 23.55 21.16 16.59 8.92 ]
[ 23.31 24.90 10.52 6.67 11.73 5.31 3.91 8.47 12.79 0.00 8.02 19.70 18.42 21.57
20.93 19.18 11.66 11.65 6.95 11.67 17.53 13.00 38.22 35.07 33.40 28.58 6.89 ]
[ 15.61 17.83 8.66 6.42 14.00 9.91 10.12 10.04 6.67 8.02 0.00 13.25 10.77 13.62
12.95 11.44 3.66 3.65 1.93 7.39 10.87 12.21 30.28 27.11 25.66 20.77 2.27 ]
[ 6.87 5.60 11.07 13.75 17.04 18.11 19.57 15.12 6.93 19.70 13.25 0.00 5.30 8.34
11.64 13.50 11.48 11.49 15.17 18.69 17.16 24.52 21.27 18.58 15.35 11.45 15.50 ]
[ 4.89 7.51 12.43 13.74 19.09 18.31 19.35 16.22 6.66 18.42 10.77 5.30 0.00 4.03
6.52 8.20 7.87 7.89 12.52 14.54 12.03 20.51 20.03 16.97 14.98 10.19 12.79 ]
[ 3.27 7.76 16.42 17.48 23.10 22.01 22.90 20.14 10.59 21.57 13.62 8.34 4.03 0.00
3.89 6.75 10.19 10.20 15.13 15.64 11.39 21.51 16.66 13.51 12.31 7.36 15.35 ]
[ 7.12 11.66 17.75 17.97 24.44 22.31 22.89 21.07 11.93 20.93 12.95 11.64 6.52 3.89
0.00 3.15 9.29 9.30 14.08 13.10 7.89 18.71 18.15 14.95 14.87 10.12 14.22 ]
[ 10.02 14.42 17.62 17.16 24.16 21.23 21.56 20.52 12.12 19.18 11.44 13.50 8.20 6.75
3.15 0.00 7.90 7.90 12.23 10.26 4.74 15.69 20.97 17.79 17.98 13.26 12.30 ]
[ 12.49 15.30 10.49 9.36 16.65 13.33 13.71 12.84 6.25 11.66 3.66 11.48 7.87 10.19
9.29 7.90 0.00 0.01 4.95 7.26 8.21 13.05 26.79 23.61 22.41 17.48 5.16 ]

```

```
[ 12.50 15.31 10.49 9.35 16.64 13.33 13.70 12.84 6.26 11.65 3.65 11.49 7.89 10.20
9.30 7.90 0.01 0.00 4.94 7.25 8.21 13.03 26.80 23.62 22.42 17.49 5.14 ]
[ 17.30 19.69 9.98 7.14 14.69 9.85 9.68 10.71 8.58 6.95 1.93 15.17 12.52 15.13 14.08
12.23 4.95 4.94 0.00 6.26 10.88 10.52 31.74 28.56 27.30 22.38 0.35 ]
[ 18.56 22.04 16.04 13.40 20.94 15.75 15.18 16.96 13.25 11.67 7.39 18.69 14.54 15.64
13.10 10.26 7.26 7.25 6.26 0.00 6.70 5.97 31.21 28.02 27.80 22.91 6.02 ]
[ 14.64 18.89 18.70 17.24 24.73 20.66 20.56 20.83 14.03 17.53 10.87 17.16 12.03
11.39 7.89 4.74 8.21 8.21 10.88 6.70 0.00 11.37 25.28 22.16 22.65 17.99 10.82 ]
[ 24.49 28.01 20.39 17.09 24.12 18.08 16.91 20.31 18.67 13.00 12.21 24.52 20.51
21.51 18.71 15.69 13.05 13.03 10.52 5.97 11.37 0.00 36.60 33.45 33.55 28.70 10.18
] ];
```

```
// Distancia conducir entre los puntos focales
```

```
dR =[ [ 0.00 9.82 41.32 47.43 6.63 12.78 8.19 8.87 17.51 18.02 13.82 15.86 18.58
12.28 20.10 19.25 22.78 40.49 45.34 52.59 60.29 58.22 48.21 34.57 50.17 40.14 31.48
24.08 21.71 25.04 28.92 35.31 35.29 38.68 41.77 36.92 48.77 4.58 8.92 8.26 14.35
38.69 ]
[ 13.48 0.00 35.93 42.04 6.04 7.39 8.68 12.26 14.68 15.18 17.21 20.39 17.51 6.89
26.14 13.86 17.39 35.10 39.95 47.20 54.90 52.83 42.82 29.18 44.79 34.75 26.09 18.69
16.32 20.90 24.59 29.92 29.90 33.30 36.38 40.14 43.38 11.60 9.32 2.87 8.96 33.30
]
[ 44.95 36.30 0.00 16.02 37.51 30.42 40.15 39.04 36.44 36.95 45.00 50.92 39.28 29.92
47.90 26.76 30.28 9.52 14.37 21.62 30.80 28.73 17.24 7.13 22.59 14.70 23.79 17.75
22.29 26.82 27.00 17.85 17.83 17.26 24.31 28.06 31.31 42.88 40.78 39.25 27.70 17.26
]
[ 51.07 42.42 16.48 0.00 43.63 36.54 46.27 45.16 42.56 43.07 51.12 57.05 45.40 36.04
54.02 32.88 36.40 6.95 7.31 8.83 23.74 21.67 5.21 13.25 15.52 20.82 29.91 23.87
28.42 32.94 33.12 23.97 23.95 23.38 30.43 34.19 37.43 49.00 46.91 45.37 33.82 23.38
]
[ 9.78 5.64 37.14 43.26 0.00 8.61 2.86 6.44 15.89 16.40 11.39 14.57 16.16 8.11 17.67
15.08 18.60 36.31 41.16 48.41 56.11 54.05 44.03 30.39 46.00 35.96 27.31 19.90 17.53
22.11 25.81 31.13 31.11 34.51 37.59 34.49 44.59 6.53 3.50 4.08 10.17 34.51 ]
[ 16.05 7.40 28.40 34.51 8.61 0.00 11.24 12.48 9.88 10.38 18.44 24.36 12.71 18.40
21.34 6.81 10.33 27.57 32.42 39.67 47.37 45.31 35.29 21.65 37.26 27.22 17.01 11.63
9.26 13.84 17.54 22.39 22.37 25.77 28.85 32.61 35.85 14.17 11.88 10.35 1.90 25.77
]
[ 8.63 8.30 39.80 45.92 2.89 11.27 0.00 3.60 12.24 12.75 8.55 11.73 13.31 10.77
14.82 17.74 21.26 38.97 43.83 51.07 58.78 56.71 46.69 33.05 48.66 38.62 29.97 22.56
20.19 19.77 23.64 33.80 33.78 37.17 40.25 31.65 47.26 3.68 0.77 6.75 12.83 37.18
]
[ 9.35 11.97 39.07 45.18 6.56 12.59 3.72 0.00 9.22 9.73 5.51 12.45 10.28 12.09 11.79
17.75 21.28 38.24 43.09 50.34 58.04 55.97 45.95 32.31 47.92 37.89 29.23 22.58 20.21
16.75 20.63 33.06 33.04 36.43 39.51 28.61 46.52 4.41 4.45 10.42 14.16 36.44 ]
[ 18.00 14.62 36.45 42.57 15.82 9.98 12.37 9.22 0.00 2.84 15.18 21.10 9.45 9.48
18.07 15.14 18.67 35.62 40.48 47.72 55.43 53.36 43.34 29.70 45.31 35.27 26.62 11.42
6.89 7.52 11.40 30.45 30.43 33.82 36.90 17.75 29.91 13.06 13.10 17.57 11.54 33.83
]
[ 18.51 15.12 36.96 43.08 16.33 10.49 12.88 9.73 2.90 0.00 8.92 21.61 3.19 9.99
11.82 15.65 19.18 36.13 40.98 48.23 55.93 53.87 43.85 30.21 45.82 35.78 27.13 20.48
18.11 10.23 14.11 30.95 30.94 34.33 37.41 21.07 37.58 13.57 13.60 18.07 12.05 34.34
]
```

```

[ 14.24 16.86 44.44 50.55 11.45 17.96 8.60 5.56 14.60 8.34 0.00 17.34 5.32 17.46
6.83 23.13 26.65 43.61 48.46 55.71 63.41 61.34 51.32 37.69 53.29 43.26 34.60 27.95
25.58 22.12 27.34 38.43 38.41 41.80 44.88 23.65 40.16 9.29 9.33 15.31 19.53 41.81
]
[ 16.02 19.88 50.78 56.90 14.47 24.31 11.62 12.30 20.94 21.45 17.25 0.00 22.01 23.81
23.52 29.47 33.00 49.96 54.81 62.06 69.76 67.69 57.67 44.03 59.64 49.61 40.95 34.30
31.93 28.47 32.35 44.78 44.76 48.15 51.23 40.35 58.24 11.08 12.35 18.32 25.87 48.16
]
[ 19.00 17.45 39.29 45.41 16.21 12.82 13.37 10.33 9.45 3.19 5.32 22.10 0.00 12.32
8.21 17.98 21.51 38.46 43.31 50.56 58.26 56.20 46.18 32.54 48.15 38.11 29.46 22.81
20.44 16.97 20.85 33.28 33.27 36.66 39.74 18.68 35.19 14.06 14.10 20.40 14.38 36.67
]
[ 15.54 6.89 29.37 35.49 8.09 18.50 10.73 11.97 9.36 9.87 17.93 23.85 12.20 0.00
20.83 7.78 11.30 28.54 33.39 40.64 48.34 46.28 36.26 22.62 38.23 28.19 17.98 12.61
10.23 14.81 18.51 23.36 23.35 26.74 29.82 33.58 36.83 13.66 11.37 9.84 2.88 26.75
]
[ 20.55 25.52 47.36 53.48 17.76 20.89 14.91 11.87 17.52 11.26 6.86 23.65 8.24 20.39
0.00 26.05 29.58 46.53 51.38 58.63 66.33 64.27 54.25 40.61 56.22 46.18 37.53 30.88
28.51 25.04 30.27 41.35 41.34 44.73 47.81 26.58 43.09 15.60 15.64 21.61 22.45 44.74
]
[ 22.55 13.90 22.72 28.84 15.11 8.55 17.74 17.81 15.20 15.71 23.77 29.69 18.04 8.05
26.67 0.00 8.42 21.89 26.74 33.99 41.69 39.63 29.61 15.97 31.58 21.54 10.76 5.38
7.12 11.70 15.39 16.71 16.70 20.09 23.17 26.93 30.18 21.65 18.38 16.85 5.84 20.10
]
[ 26.16 17.51 29.86 35.98 18.71 12.16 21.35 21.42 18.81 19.32 27.38 33.30 21.65
11.66 30.27 8.27 0.00 29.03 33.88 41.13 48.83 46.77 36.75 23.11 38.72 28.68 14.76
13.10 10.72 15.30 19.00 23.85 23.84 27.23 30.31 34.07 37.32 25.26 21.99 20.46 9.45
27.24 ]
[ 44.12 35.47 9.53 6.94 36.68 29.59 39.32 38.21 35.61 36.12 44.17 50.10 38.45 29.09
47.07 25.93 29.45 0.00 4.94 12.19 21.37 19.31 7.81 6.30 13.16 13.87 22.96 16.92
21.47 25.99 26.17 17.02 17.00 16.43 23.48 27.24 30.48 42.05 39.96 38.42 26.87 16.43
]
[ 48.96 40.31 14.36 7.31 41.52 34.42 44.15 43.05 40.44 40.95 49.01 54.93 43.28 33.92
51.91 30.76 34.29 4.93 0.00 10.10 16.57 14.51 5.72 11.14 8.36 18.71 27.80 21.76
26.30 30.83 31.01 21.86 21.84 21.26 28.31 32.07 29.67 46.89 44.79 43.26 31.71 21.27
]
[ 56.23 47.58 21.63 8.85 48.79 41.69 51.42 50.32 47.71 48.22 56.28 62.20 50.55 41.19
59.17 38.03 41.56 10.30 10.09 0.00 26.53 24.46 8.00 18.41 18.31 25.97 35.07 29.02
33.57 38.10 38.28 29.13 29.11 28.53 35.58 39.34 39.63 54.16 52.06 50.53 38.98 28.54
]
[ 64.23 55.58 30.80 23.75 56.79 49.69 59.42 58.32 55.71 56.22 64.28 70.20 58.55
49.19 67.17 46.03 49.56 21.37 16.58 26.54 0.00 2.35 22.16 27.58 8.84 24.81 43.07
37.31 41.74 46.27 46.28 28.53 28.51 22.67 32.51 36.27 26.48 62.16 60.06 58.53 46.98
22.35 ]
[ 62.16 53.51 28.73 21.68 54.72 47.63 57.35 56.25 53.65 54.15 62.21 68.13 56.48
47.13 65.11 43.97 47.49 19.30 14.51 24.47 2.35 0.00 20.09 25.51 6.77 22.75 41.00
35.24 39.68 44.21 44.21 26.46 26.44 20.60 30.44 34.20 24.41 60.09 57.99 56.46 44.91
20.28 ]
[ 51.84 43.19 17.25 5.23 44.40 37.31 47.04 45.93 43.33 43.84 51.90 57.82 46.17 36.81
54.79 33.65 37.17 7.81 5.71 8.02 22.14 20.08 0.00 14.02 13.93 21.59 30.68 24.64
29.19 33.72 33.90 24.74 24.72 24.15 31.20 34.96 35.24 49.77 47.68 46.14 34.59 24.15

```

]

[ 38.15 29.50 7.13 13.25 30.71 23.61 33.34 32.24 29.63 30.14 38.20 44.12 32.47 23.11 41.09 19.95 23.48 6.30 11.15 18.40 27.58 25.52 14.02 0.00 19.37 7.93 16.99 10.94 15.49 20.02 20.20 11.05 11.03 10.49 17.50 21.26 24.51 36.08 33.98 32.45 20.90 10.50 ]

[ 54.21 45.56 22.66 15.61 46.77 39.67 49.40 48.30 45.69 46.20 54.26 60.18 48.53 39.17 57.16 36.01 39.54 13.23 8.44 18.40 8.85 6.79 14.02 19.44 0.00 12.85 33.05 27.29 31.73 36.25 36.26 15.88 15.86 10.70 20.54 24.30 22.03 52.14 50.04 48.51 36.96 10.38 ]

[ 43.48 34.83 14.64 20.76 36.04 28.95 38.68 37.57 34.97 35.48 43.54 49.46 37.81 28.45 46.43 25.29 28.81 13.81 18.66 25.91 24.76 22.69 21.53 7.89 12.83 0.00 22.32 16.56 21.00 25.53 25.54 7.20 7.18 2.67 11.85 15.61 18.86 41.41 39.32 37.78 26.23 2.68 ]

[ 32.67 24.02 23.21 29.33 25.23 18.68 27.87 29.37 26.76 27.27 35.33 41.25 29.60 18.18 38.23 10.83 14.93 22.38 27.23 34.48 42.18 40.12 30.10 16.46 32.07 22.03 0.00 5.87 9.92 14.45 17.25 17.20 17.19 20.58 23.66 27.42 30.67 33.21 28.50 26.97 15.96 20.59 ]

[ 27.30 18.64 17.84 23.95 19.85 13.30 22.49 22.56 19.95 20.46 28.52 34.44 22.79 12.80 31.41 5.46 13.17 17.01 21.86 29.11 36.81 34.74 24.72 11.08 26.69 16.66 5.87 0.00 4.55 9.07 11.87 11.83 11.81 15.20 18.28 22.04 25.29 26.39 23.13 21.59 10.59 15.21 ]

[ 25.42 16.77 21.88 27.99 17.98 10.82 20.61 19.51 6.89 17.41 25.47 31.39 19.74 10.32 28.37 7.16 10.68 21.05 25.90 33.15 40.85 38.78 28.76 15.13 30.73 20.70 9.91 4.53 0.00 4.58 8.28 15.87 15.85 19.24 22.32 14.62 29.33 23.35 21.25 19.72 8.10 19.25 ]

[ 30.00 21.35 26.43 32.54 22.56 15.40 19.89 16.74 7.52 10.17 22.70 28.62 16.97 14.90 25.60 11.74 15.26 25.60 30.45 37.70 45.40 43.33 33.32 19.68 35.29 25.25 14.46 9.09 4.58 0.00 4.14 20.42 20.40 23.80 19.30 10.48 22.65 20.58 20.62 24.30 12.68 23.80 ]

[ 33.70 25.05 27.13 33.25 26.26 19.10 23.99 20.84 11.62 14.27 27.34 32.72 22.37 18.60 30.24 15.44 18.96 26.30 31.15 38.40 46.10 44.04 34.02 20.38 35.99 21.43 17.22 11.84 8.28 4.27 0.00 21.12 21.11 19.97 15.16 6.34 18.51 24.68 24.72 28.00 16.38 19.98 ]

[ 38.56 29.91 16.54 22.66 31.12 24.02 33.75 32.65 30.04 30.55 38.61 44.53 32.88 23.52 41.50 20.36 23.89 15.71 20.57 27.81 28.61 26.55 23.43 9.79 15.97 7.26 17.40 10.04 16.07 20.60 20.61 0.00 4.13 5.81 8.89 12.65 15.90 36.49 34.39 32.86 21.31 5.82 ]

[ 38.58 29.92 16.56 22.68 31.13 24.04 33.77 32.66 30.06 30.57 38.63 44.55 32.90 23.54 41.52 20.38 23.90 15.73 20.58 27.83 28.63 26.57 23.45 9.81 15.98 7.28 17.42 10.06 16.09 20.62 20.63 4.02 0.00 5.83 8.91 12.67 15.91 36.50 34.41 32.87 21.32 5.83 ]

[ 42.39 33.74 17.65 23.77 34.95 27.86 37.59 36.48 33.88 34.39 42.45 48.37 36.72 27.36 45.34 24.20 27.72 16.82 19.00 28.92 22.63 20.56 24.54 10.90 10.70 3.07 21.23 15.47 19.91 24.44 24.45 6.11 6.09 0.00 10.76 14.52 17.77 40.32 38.23 36.69 25.14 0.43 ]

[ 45.09 36.44 24.67 30.78 37.65 30.55 40.28 39.18 36.57 37.08 45.14 51.06 39.41 30.05 48.04 26.90 30.42 23.84 28.69 35.94 35.15 33.08 31.56 17.92 20.56 11.86 23.93 18.17 22.61 19.43 15.16 8.80 8.78 10.40 0.00 9.35 7.54 43.02 40.92 39.39 27.84 10.41 ]

[ 37.36 40.22 28.45 34.57 41.43 34.34 31.73 28.69 17.99 21.11 23.68 40.46 18.70 33.84 26.57 30.68 34.20 27.62 32.47 39.72 38.93 36.86 35.34 21.70 24.34 15.64 27.71 ]

```

21.95 14.65 10.64 6.37 12.59 12.57 14.18 9.37 0.00 12.72 32.42 32.46 43.17 31.62
14.19 ]
[ 52.10 43.45 31.68 37.79 44.65 37.56 47.29 46.19 43.58 37.36 39.93 47.87 34.95
37.06 42.82 33.90 37.43 30.85 29.64 39.60 26.46 24.39 35.22 24.92 21.53 18.86 30.94
25.18 29.61 22.78 18.51 15.81 15.79 17.41 7.54 12.70 0.00 50.02 47.93 46.40 34.85
17.41 ]
[ 4.94 11.27 42.78 48.89 6.46 16.30 3.62 4.30 12.94 13.45 9.24 11.29 14.01 15.80
15.52 21.47 24.99 41.95 46.80 54.05 61.75 59.68 49.67 36.03 51.63 41.60 32.94 26.29
23.92 20.46 24.34 36.77 36.75 40.14 43.23 32.34 50.23 0.00 4.34 9.72 17.87 40.15
]
[ 9.36 8.91 40.41 46.53 3.50 11.88 0.77 4.33 12.97 13.48 9.28 12.46 14.04 11.38
15.55 18.35 21.87 39.59 44.44 51.69 59.39 57.32 47.30 33.66 49.27 39.24 30.58 23.18
20.80 20.49 24.37 34.41 34.39 37.78 40.86 32.38 47.87 4.41 0.00 7.36 13.44 37.79
]
[ 18.01 9.36 33.09 39.21 10.57 4.56 13.20 14.44 11.84 12.35 20.41 26.33 14.68 4.06
23.30 11.03 14.55 32.26 37.11 44.36 52.06 50.00 39.98 26.34 41.95 31.91 23.26 15.85
13.48 18.06 21.76 27.08 27.07 30.46 33.54 37.30 40.55 16.13 13.84 0.00 6.12 30.47
]
[ 16.71 8.06 27.97 34.08 9.27 2.72 11.91 13.15 10.54 11.05 19.11 25.03 13.38 2.22
22.00 6.38 9.90 27.14 31.99 39.24 46.94 44.87 34.86 21.22 36.83 26.79 16.58 11.20
8.83 13.41 17.11 21.96 21.94 25.34 28.42 32.18 35.42 14.83 12.55 11.01 0.00 25.34
]
[ 42.07 33.42 17.33 23.45 34.63 27.54 37.27 36.16 33.56 34.07 42.12 48.05 36.40
27.04 45.02 23.88 27.40 16.50 18.68 28.60 22.31 20.24 24.22 10.58 10.38 2.75 20.91
15.15 19.59 24.12 24.12 5.79 5.77 0.43 10.44 14.20 17.45 40.00 37.91 36.37 24.82
0.00 ] ] ;

// Tiempo de Servicio
s =[ 0.05 0.10 0.05 0.10 0.15 0.05 0.10 0.15 0.10 0.15 0.05 0.05 0.10 0.05 0.10
0.15 0.10 0.15 0.05 0.10 0.15 0.05 0.10 0.10 0.10 0.15 0.10 0.15 0.10 0.15 0.10
0.05 0.10 0.05 0.10 0.05 ] ;

```

**Conjunto de datos para la flota GYRO X-8**

```

/*****
* OPL 12.6.2.0 Data
* Author: Andrea Coronas Alagon
* Creation Date: 18/09/2020 at 09:45:56
*****/

```

```
//CONJUNTOS
```

```
//Conjunto de 22 clientes que pueden ser atendidos por camion y dron
KCD={"Velillas", "Ibieca", "Adahuesca", "HuertaDeVero", "Colungo",
"SalasAltas", "SalasBajas", "Buera", "Abiego", "Castillazuelo",
"Azara", "CasbasDeHuesca", "Angues", "TorresDeMontes", "Blecua",
"Antillon", "Lascellas", "Ponzano", "Peraltila", "Laluenga",
"Pertusa", "Berbegal"};
```

```
//Conjunto de 14 clientes que pueden ser atendidos por camion
KC={"Loporzano", "Bierge", "Alquezar", "Tierz", "Sietamo",
"BellestarDelFlumen", "Monflorite", "AlcalaDelObispo", "Argavieso",
"AlberoAlto", "AlberoBajo", "Novalles", "Sesa", "Piraces"};
```

```
//Conjunto de 14 clientes que pueden ser atendidos por dron
KD={"Apies", "Chibluco", "SantaEulaliaLaMayor", "Panzano", "Yaso",
"Labata", "Junzano", "SalinasDeHoz", "Liesa", "Bespen",
"Laperdiguera", "Fornillo", "TorresDeAlcanadre", "Cregenzan"};
```

```
//Conjunto de 5 areas de servicio
```

```
A={"AGP", "Bonet", "Galp", "Repsol", "PeraltilaEstacion"};
```

```
//PARAMETROS
```

```
Rcard=41; //Cardinal de R
```

```
RHcard=42; //Cardinal de RH
```

```
nd=6; //Numero maximo de drones que puede transportar el camion
```

```
Vd=110; //Velocidad de un dron
```

```
Vc=80; //Velocidad de un camion
```

```
CaD=2.2; //Coste de activacion de un dron
```

```
CvD=0.22; //Coste del viaje de un dron
```

```
CvC=0.7; //Coste del viaje de un camion
```

```
D=36; //Rango maximo de vuelo del dron
```

```
// Distancia euclidiana entre los puntos focales y los clientes
```

```
dE =[ [ 20.01 17.66 33.92 36.79 39.10 41.11 42.61 37.92 29.80 42.56 35.32 23.04
24.61 22.83 25.85 28.99 32.45 32.46 37.12 38.47 33.71 44.34 12.20 13.75 11.20 15.73
37.39 ]
[ 16.14 13.64 29.92 32.77 35.19 37.10 38.59 33.93 25.78 38.54 31.34 19.02 20.66
19.07 22.25 25.40 28.52 28.53 33.15 34.67 30.14 40.57 11.04 11.68 8.14 12.18 33.43
]
[ 12.38 9.07 24.96 27.91 30.13 32.18 33.72 28.95 21.06 33.85 26.90 14.19 16.45 15.56
19.13 22.22 24.31 24.33 28.76 30.84 26.93 36.80 12.99 12.33 7.70 9.76 29.06 ]
[ 10.57 6.36 15.10 18.53 19.64 22.42 24.13 18.90 12.70 24.98 19.31 6.39 11.31 13.26
17.04 19.36 17.83 17.84 21.24 25.07 23.35 30.87 21.27 19.27 14.99 12.92 21.58 ]
[ 11.31 8.05 11.85 15.40 16.24 19.14 20.90 15.56 10.19 21.95 16.86 5.25 10.54 13.40
16.85 18.74 15.89 15.90 18.76 23.14 22.27 28.77 23.85 21.58 17.60 14.80 19.11 ]
[ 8.47 4.77 13.76 16.95 18.90 21.05 22.67 17.71 10.67 23.22 17.18 4.05 8.89 10.98
14.70 16.95 15.52 15.53 19.11 22.73 20.92 28.57 20.55 18.27 14.31 11.53 19.44 ]
[ 6.81 7.11 10.03 12.19 16.43 16.69 18.01 14.04 5.04 17.80 11.01 2.38 3.57 7.30
```

```

10.08 11.57 9.10 9.12 12.92 16.31 14.98 22.15 21.92 19.05 16.30 11.95 13.24 ]
[ 27.66 27.16 10.92 10.53 4.65 7.26 8.27 7.23 16.70 12.18 16.77 21.62 23.33 27.29
28.30 27.68 19.89 19.88 16.99 23.00 27.64 25.17 42.77 39.93 36.96 32.82 17.15 ]
[ 2.19 2.89 17.61 19.69 23.87 24.23 25.46 21.63 12.45 24.86 17.34 6.93 6.58 5.45
9.24 12.19 14.39 14.40 19.10 20.66 16.83 26.61 14.39 11.65 8.71 4.52 19.36 ]
[ 8.20 12.35 15.48 15.39 22.10 19.65 20.17 18.60 9.81 18.15 10.18 11.01 5.72 5.04
2.78 2.53 6.52 6.53 11.30 10.72 6.54 16.52 20.76 17.56 17.08 12.19 11.44 ]
[ 19.52 23.13 17.36 14.65 22.16 16.83 16.16 18.19 14.58 12.53 8.72 19.92 15.65 16.52
13.77 10.80 8.54 8.53 7.52 1.34 6.81 4.99 31.77 28.60 28.57 23.72 7.26 ]
[ 28.35 31.50 21.45 17.75 23.88 17.46 15.90 20.42 21.04 12.16 14.37 27.46 24.02
25.55 23.08 20.17 16.21 16.20 12.45 9.98 16.08 4.90 41.14 37.96 37.77 32.86 12.11
]
[ 18.64 22.91 21.43 19.39 26.99 22.22 21.77 23.02 17.34 18.30 13.01 21.06 16.01
15.38 11.76 8.66 11.18 11.18 12.44 6.64 4.03 9.10 28.48 25.43 26.31 21.78 12.27
]
[ 28.74 29.83 13.88 10.64 11.89 6.60 4.86 10.38 17.73 6.00 13.90 24.39 23.87 27.25
26.85 25.17 17.57 17.56 12.95 17.33 23.45 17.41 43.85 40.74 38.79 34.06 12.90 ]
[ 0.00 4.62 16.76 18.49 23.24 23.05 24.17 20.71 11.27 23.31 15.61 6.87 4.89 3.27
7.12 10.02 12.49 12.50 17.30 18.56 14.64 24.49 15.27 12.30 10.09 5.33 17.55 ]
[ 4.62 0.00 16.66 19.22 22.55 23.65 25.05 20.72 12.15 24.90 17.83 5.60 7.51 7.76
11.66 14.42 15.30 15.31 19.69 22.04 18.89 28.01 16.03 13.59 9.91 6.76 19.98 ]
[ 16.76 16.66 0.00 3.88 6.71 7.32 9.05 4.06 5.87 10.52 8.66 11.07 12.43 16.42 17.75
17.62 10.49 10.49 9.98 16.04 18.70 20.39 31.95 29.05 26.27 21.98 10.29 ]
[ 18.49 19.22 3.88 0.00 7.60 4.57 5.83 3.63 7.24 6.67 6.42 13.75 13.74 17.48 17.97
17.16 9.36 9.35 7.14 13.40 17.24 17.09 33.74 30.71 28.40 23.82 7.39 ]
[ 23.24 22.55 6.71 7.60 0.00 6.47 8.27 3.99 12.59 11.73 14.00 17.04 19.09 23.10
24.44 24.16 16.65 16.64 14.69 20.94 24.73 24.12 38.26 35.46 32.39 28.33 14.92 ]
[ 23.05 23.65 7.32 4.57 6.47 0.00 1.96 3.85 11.80 5.31 9.91 18.11 18.31 22.01 22.31
21.23 13.33 13.33 9.85 15.75 20.66 18.08 38.31 35.28 32.94 28.38 9.98 ]
[ 24.17 25.05 9.05 5.83 8.27 1.96 0.00 5.79 13.02 3.91 10.12 19.57 19.35 22.90 22.89
21.56 13.71 13.70 9.68 15.18 20.56 16.91 39.38 36.30 34.16 29.51 9.74 ]
[ 20.71 20.72 4.06 3.63 3.99 3.85 5.79 0.00 9.56 8.47 10.04 15.12 16.22 20.14 21.07
20.52 12.84 12.84 10.71 16.96 20.83 20.31 35.94 33.01 30.31 25.96 10.94 ]
[ 11.27 12.15 5.87 7.24 12.59 11.80 13.02 9.56 0.00 12.79 6.67 6.93 6.66 10.59 11.93
12.12 6.25 6.26 8.58 13.25 14.03 18.67 26.54 23.55 21.16 16.59 8.92 ]
[ 23.31 24.90 10.52 6.67 11.73 5.31 3.91 8.47 12.79 0.00 8.02 19.70 18.42 21.57
20.93 19.18 11.66 11.65 6.95 11.67 17.53 13.00 38.22 35.07 33.40 28.58 6.89 ]
[ 15.61 17.83 8.66 6.42 14.00 9.91 10.12 10.04 6.67 8.02 0.00 13.25 10.77 13.62
12.95 11.44 3.66 3.65 1.93 7.39 10.87 12.21 30.28 27.11 25.66 20.77 2.27 ]
[ 6.87 5.60 11.07 13.75 17.04 18.11 19.57 15.12 6.93 19.70 13.25 0.00 5.30 8.34
11.64 13.50 11.48 11.49 15.17 18.69 17.16 24.52 21.27 18.58 15.35 11.45 15.50 ]
[ 4.89 7.51 12.43 13.74 19.09 18.31 19.35 16.22 6.66 18.42 10.77 5.30 0.00 4.03
6.52 8.20 7.87 7.89 12.52 14.54 12.03 20.51 20.03 16.97 14.98 10.19 12.79 ]
[ 3.27 7.76 16.42 17.48 23.10 22.01 22.90 20.14 10.59 21.57 13.62 8.34 4.03 0.00
3.89 6.75 10.19 10.20 15.13 15.64 11.39 21.51 16.66 13.51 12.31 7.36 15.35 ]
[ 7.12 11.66 17.75 17.97 24.44 22.31 22.89 21.07 11.93 20.93 12.95 11.64 6.52 3.89
0.00 3.15 9.29 9.30 14.08 13.10 7.89 18.71 18.15 14.95 14.87 10.12 14.22 ]
[ 10.02 14.42 17.62 17.16 24.16 21.23 21.56 20.52 12.12 19.18 11.44 13.50 8.20 6.75
3.15 0.00 7.90 7.90 12.23 10.26 4.74 15.69 20.97 17.79 17.98 13.26 12.30 ]
[ 12.49 15.30 10.49 9.36 16.65 13.33 13.71 12.84 6.25 11.66 3.66 11.48 7.87 10.19
9.29 7.90 0.00 0.01 4.95 7.26 8.21 13.05 26.79 23.61 22.41 17.48 5.16 ]

```



```
[ 12.50 15.31 10.49 9.35 16.64 13.33 13.70 12.84 6.26 11.65 3.65 11.49 7.89 10.20
9.30 7.90 0.01 0.00 4.94 7.25 8.21 13.03 26.80 23.62 22.42 17.49 5.14 ]
[ 17.30 19.69 9.98 7.14 14.69 9.85 9.68 10.71 8.58 6.95 1.93 15.17 12.52 15.13 14.08
12.23 4.95 4.94 0.00 6.26 10.88 10.52 31.74 28.56 27.30 22.38 0.35 ]
[ 18.56 22.04 16.04 13.40 20.94 15.75 15.18 16.96 13.25 11.67 7.39 18.69 14.54 15.64
13.10 10.26 7.26 7.25 6.26 0.00 6.70 5.97 31.21 28.02 27.80 22.91 6.02 ]
[ 14.64 18.89 18.70 17.24 24.73 20.66 20.56 20.83 14.03 17.53 10.87 17.16 12.03
11.39 7.89 4.74 8.21 8.21 10.88 6.70 0.00 11.37 25.28 22.16 22.65 17.99 10.82 ]
[ 24.49 28.01 20.39 17.09 24.12 18.08 16.91 20.31 18.67 13.00 12.21 24.52 20.51
21.51 18.71 15.69 13.05 13.03 10.52 5.97 11.37 0.00 36.60 33.45 33.55 28.70 10.18
] ];
```

```
// Distancia conducir entre los puntos focales
```

```
dR =[ [ 0.00 9.82 41.32 47.43 6.63 12.78 8.19 8.87 17.51 18.02 13.82 15.86 18.58
12.28 20.10 19.25 22.78 40.49 45.34 52.59 60.29 58.22 48.21 34.57 50.17 40.14 31.48
24.08 21.71 25.04 28.92 35.31 35.29 38.68 41.77 36.92 48.77 4.58 8.92 8.26 14.35
38.69 ]
[ 13.48 0.00 35.93 42.04 6.04 7.39 8.68 12.26 14.68 15.18 17.21 20.39 17.51 6.89
26.14 13.86 17.39 35.10 39.95 47.20 54.90 52.83 42.82 29.18 44.79 34.75 26.09 18.69
16.32 20.90 24.59 29.92 29.90 33.30 36.38 40.14 43.38 11.60 9.32 2.87 8.96 33.30
]
[ 44.95 36.30 0.00 16.02 37.51 30.42 40.15 39.04 36.44 36.95 45.00 50.92 39.28 29.92
47.90 26.76 30.28 9.52 14.37 21.62 30.80 28.73 17.24 7.13 22.59 14.70 23.79 17.75
22.29 26.82 27.00 17.85 17.83 17.26 24.31 28.06 31.31 42.88 40.78 39.25 27.70 17.26
]
[ 51.07 42.42 16.48 0.00 43.63 36.54 46.27 45.16 42.56 43.07 51.12 57.05 45.40 36.04
54.02 32.88 36.40 6.95 7.31 8.83 23.74 21.67 5.21 13.25 15.52 20.82 29.91 23.87
28.42 32.94 33.12 23.97 23.95 23.38 30.43 34.19 37.43 49.00 46.91 45.37 33.82 23.38
]
[ 9.78 5.64 37.14 43.26 0.00 8.61 2.86 6.44 15.89 16.40 11.39 14.57 16.16 8.11 17.67
15.08 18.60 36.31 41.16 48.41 56.11 54.05 44.03 30.39 46.00 35.96 27.31 19.90 17.53
22.11 25.81 31.13 31.11 34.51 37.59 34.49 44.59 6.53 3.50 4.08 10.17 34.51 ]
[ 16.05 7.40 28.40 34.51 8.61 0.00 11.24 12.48 9.88 10.38 18.44 24.36 12.71 18.40
21.34 6.81 10.33 27.57 32.42 39.67 47.37 45.31 35.29 21.65 37.26 27.22 17.01 11.63
9.26 13.84 17.54 22.39 22.37 25.77 28.85 32.61 35.85 14.17 11.88 10.35 1.90 25.77
]
[ 8.63 8.30 39.80 45.92 2.89 11.27 0.00 3.60 12.24 12.75 8.55 11.73 13.31 10.77
14.82 17.74 21.26 38.97 43.83 51.07 58.78 56.71 46.69 33.05 48.66 38.62 29.97 22.56
20.19 19.77 23.64 33.80 33.78 37.17 40.25 31.65 47.26 3.68 0.77 6.75 12.83 37.18
]
[ 9.35 11.97 39.07 45.18 6.56 12.59 3.72 0.00 9.22 9.73 5.51 12.45 10.28 12.09 11.79
17.75 21.28 38.24 43.09 50.34 58.04 55.97 45.95 32.31 47.92 37.89 29.23 22.58 20.21
16.75 20.63 33.06 33.04 36.43 39.51 28.61 46.52 4.41 4.45 10.42 14.16 36.44 ]
[ 18.00 14.62 36.45 42.57 15.82 9.98 12.37 9.22 0.00 2.84 15.18 21.10 9.45 9.48
18.07 15.14 18.67 35.62 40.48 47.72 55.43 53.36 43.34 29.70 45.31 35.27 26.62 11.42
6.89 7.52 11.40 30.45 30.43 33.82 36.90 17.75 29.91 13.06 13.10 17.57 11.54 33.83
]
[ 18.51 15.12 36.96 43.08 16.33 10.49 12.88 9.73 2.90 0.00 8.92 21.61 3.19 9.99
11.82 15.65 19.18 36.13 40.98 48.23 55.93 53.87 43.85 30.21 45.82 35.78 27.13 20.48
18.11 10.23 14.11 30.95 30.94 34.33 37.41 21.07 37.58 13.57 13.60 18.07 12.05 34.34
]
```

```

[ 14.24 16.86 44.44 50.55 11.45 17.96 8.60 5.56 14.60 8.34 0.00 17.34 5.32 17.46
6.83 23.13 26.65 43.61 48.46 55.71 63.41 61.34 51.32 37.69 53.29 43.26 34.60 27.95
25.58 22.12 27.34 38.43 38.41 41.80 44.88 23.65 40.16 9.29 9.33 15.31 19.53 41.81
]
[ 16.02 19.88 50.78 56.90 14.47 24.31 11.62 12.30 20.94 21.45 17.25 0.00 22.01 23.81
23.52 29.47 33.00 49.96 54.81 62.06 69.76 67.69 57.67 44.03 59.64 49.61 40.95 34.30
31.93 28.47 32.35 44.78 44.76 48.15 51.23 40.35 58.24 11.08 12.35 18.32 25.87 48.16
]
[ 19.00 17.45 39.29 45.41 16.21 12.82 13.37 10.33 9.45 3.19 5.32 22.10 0.00 12.32
8.21 17.98 21.51 38.46 43.31 50.56 58.26 56.20 46.18 32.54 48.15 38.11 29.46 22.81
20.44 16.97 20.85 33.28 33.27 36.66 39.74 18.68 35.19 14.06 14.10 20.40 14.38 36.67
]
[ 15.54 6.89 29.37 35.49 8.09 18.50 10.73 11.97 9.36 9.87 17.93 23.85 12.20 0.00
20.83 7.78 11.30 28.54 33.39 40.64 48.34 46.28 36.26 22.62 38.23 28.19 17.98 12.61
10.23 14.81 18.51 23.36 23.35 26.74 29.82 33.58 36.83 13.66 11.37 9.84 2.88 26.75
]
[ 20.55 25.52 47.36 53.48 17.76 20.89 14.91 11.87 17.52 11.26 6.86 23.65 8.24 20.39
0.00 26.05 29.58 46.53 51.38 58.63 66.33 64.27 54.25 40.61 56.22 46.18 37.53 30.88
28.51 25.04 30.27 41.35 41.34 44.73 47.81 26.58 43.09 15.60 15.64 21.61 22.45 44.74
]
[ 22.55 13.90 22.72 28.84 15.11 8.55 17.74 17.81 15.20 15.71 23.77 29.69 18.04 8.05
26.67 0.00 8.42 21.89 26.74 33.99 41.69 39.63 29.61 15.97 31.58 21.54 10.76 5.38
7.12 11.70 15.39 16.71 16.70 20.09 23.17 26.93 30.18 21.65 18.38 16.85 5.84 20.10
]
[ 26.16 17.51 29.86 35.98 18.71 12.16 21.35 21.42 18.81 19.32 27.38 33.30 21.65
11.66 30.27 8.27 0.00 29.03 33.88 41.13 48.83 46.77 36.75 23.11 38.72 28.68 14.76
13.10 10.72 15.30 19.00 23.85 23.84 27.23 30.31 34.07 37.32 25.26 21.99 20.46 9.45
27.24 ]
[ 44.12 35.47 9.53 6.94 36.68 29.59 39.32 38.21 35.61 36.12 44.17 50.10 38.45 29.09
47.07 25.93 29.45 0.00 4.94 12.19 21.37 19.31 7.81 6.30 13.16 13.87 22.96 16.92
21.47 25.99 26.17 17.02 17.00 16.43 23.48 27.24 30.48 42.05 39.96 38.42 26.87 16.43
]
[ 48.96 40.31 14.36 7.31 41.52 34.42 44.15 43.05 40.44 40.95 49.01 54.93 43.28 33.92
51.91 30.76 34.29 4.93 0.00 10.10 16.57 14.51 5.72 11.14 8.36 18.71 27.80 21.76
26.30 30.83 31.01 21.86 21.84 21.26 28.31 32.07 29.67 46.89 44.79 43.26 31.71 21.27
]
[ 56.23 47.58 21.63 8.85 48.79 41.69 51.42 50.32 47.71 48.22 56.28 62.20 50.55 41.19
59.17 38.03 41.56 10.30 10.09 0.00 26.53 24.46 8.00 18.41 18.31 25.97 35.07 29.02
33.57 38.10 38.28 29.13 29.11 28.53 35.58 39.34 39.63 54.16 52.06 50.53 38.98 28.54
]
[ 64.23 55.58 30.80 23.75 56.79 49.69 59.42 58.32 55.71 56.22 64.28 70.20 58.55
49.19 67.17 46.03 49.56 21.37 16.58 26.54 0.00 2.35 22.16 27.58 8.84 24.81 43.07
37.31 41.74 46.27 46.28 28.53 28.51 22.67 32.51 36.27 26.48 62.16 60.06 58.53 46.98
22.35 ]
[ 62.16 53.51 28.73 21.68 54.72 47.63 57.35 56.25 53.65 54.15 62.21 68.13 56.48
47.13 65.11 43.97 47.49 19.30 14.51 24.47 2.35 0.00 20.09 25.51 6.77 22.75 41.00
35.24 39.68 44.21 44.21 26.46 26.44 20.60 30.44 34.20 24.41 60.09 57.99 56.46 44.91
20.28 ]
[ 51.84 43.19 17.25 5.23 44.40 37.31 47.04 45.93 43.33 43.84 51.90 57.82 46.17 36.81
54.79 33.65 37.17 7.81 5.71 8.02 22.14 20.08 0.00 14.02 13.93 21.59 30.68 24.64
29.19 33.72 33.90 24.74 24.72 24.15 31.20 34.96 35.24 49.77 47.68 46.14 34.59 24.15

```

]

[ 38.15 29.50 7.13 13.25 30.71 23.61 33.34 32.24 29.63 30.14 38.20 44.12 32.47 23.11 41.09 19.95 23.48 6.30 11.15 18.40 27.58 25.52 14.02 0.00 19.37 7.93 16.99 10.94 15.49 20.02 20.20 11.05 11.03 10.49 17.50 21.26 24.51 36.08 33.98 32.45 20.90 10.50 ]

[ 54.21 45.56 22.66 15.61 46.77 39.67 49.40 48.30 45.69 46.20 54.26 60.18 48.53 39.17 57.16 36.01 39.54 13.23 8.44 18.40 8.85 6.79 14.02 19.44 0.00 12.85 33.05 27.29 31.73 36.25 36.26 15.88 15.86 10.70 20.54 24.30 22.03 52.14 50.04 48.51 36.96 10.38 ]

[ 43.48 34.83 14.64 20.76 36.04 28.95 38.68 37.57 34.97 35.48 43.54 49.46 37.81 28.45 46.43 25.29 28.81 13.81 18.66 25.91 24.76 22.69 21.53 7.89 12.83 0.00 22.32 16.56 21.00 25.53 25.54 7.20 7.18 2.67 11.85 15.61 18.86 41.41 39.32 37.78 26.23 2.68 ]

[ 32.67 24.02 23.21 29.33 25.23 18.68 27.87 29.37 26.76 27.27 35.33 41.25 29.60 18.18 38.23 10.83 14.93 22.38 27.23 34.48 42.18 40.12 30.10 16.46 32.07 22.03 0.00 5.87 9.92 14.45 17.25 17.20 17.19 20.58 23.66 27.42 30.67 33.21 28.50 26.97 15.96 20.59 ]

[ 27.30 18.64 17.84 23.95 19.85 13.30 22.49 22.56 19.95 20.46 28.52 34.44 22.79 12.80 31.41 5.46 13.17 17.01 21.86 29.11 36.81 34.74 24.72 11.08 26.69 16.66 5.87 0.00 4.55 9.07 11.87 11.83 11.81 15.20 18.28 22.04 25.29 26.39 23.13 21.59 10.59 15.21 ]

[ 25.42 16.77 21.88 27.99 17.98 10.82 20.61 19.51 6.89 17.41 25.47 31.39 19.74 10.32 28.37 7.16 10.68 21.05 25.90 33.15 40.85 38.78 28.76 15.13 30.73 20.70 9.91 4.53 0.00 4.58 8.28 15.87 15.85 19.24 22.32 14.62 29.33 23.35 21.25 19.72 8.10 19.25 ]

[ 30.00 21.35 26.43 32.54 22.56 15.40 19.89 16.74 7.52 10.17 22.70 28.62 16.97 14.90 25.60 11.74 15.26 25.60 30.45 37.70 45.40 43.33 33.32 19.68 35.29 25.25 14.46 9.09 4.58 0.00 4.14 20.42 20.40 23.80 19.30 10.48 22.65 20.58 20.62 24.30 12.68 23.80 ]

[ 33.70 25.05 27.13 33.25 26.26 19.10 23.99 20.84 11.62 14.27 27.34 32.72 22.37 18.60 30.24 15.44 18.96 26.30 31.15 38.40 46.10 44.04 34.02 20.38 35.99 21.43 17.22 11.84 8.28 4.27 0.00 21.12 21.11 19.97 15.16 6.34 18.51 24.68 24.72 28.00 16.38 19.98 ]

[ 38.56 29.91 16.54 22.66 31.12 24.02 33.75 32.65 30.04 30.55 38.61 44.53 32.88 23.52 41.50 20.36 23.89 15.71 20.57 27.81 28.61 26.55 23.43 9.79 15.97 7.26 17.40 10.04 16.07 20.60 20.61 0.00 4.13 5.81 8.89 12.65 15.90 36.49 34.39 32.86 21.31 5.82 ]

[ 38.58 29.92 16.56 22.68 31.13 24.04 33.77 32.66 30.06 30.57 38.63 44.55 32.90 23.54 41.52 20.38 23.90 15.73 20.58 27.83 28.63 26.57 23.45 9.81 15.98 7.28 17.42 10.06 16.09 20.62 20.63 4.02 0.00 5.83 8.91 12.67 15.91 36.50 34.41 32.87 21.32 5.83 ]

[ 42.39 33.74 17.65 23.77 34.95 27.86 37.59 36.48 33.88 34.39 42.45 48.37 36.72 27.36 45.34 24.20 27.72 16.82 19.00 28.92 22.63 20.56 24.54 10.90 10.70 3.07 21.23 15.47 19.91 24.44 24.45 6.11 6.09 0.00 10.76 14.52 17.77 40.32 38.23 36.69 25.14 0.43 ]

[ 45.09 36.44 24.67 30.78 37.65 30.55 40.28 39.18 36.57 37.08 45.14 51.06 39.41 30.05 48.04 26.90 30.42 23.84 28.69 35.94 35.15 33.08 31.56 17.92 20.56 11.86 23.93 18.17 22.61 19.43 15.16 8.80 8.78 10.40 0.00 9.35 7.54 43.02 40.92 39.39 27.84 10.41 ]

[ 37.36 40.22 28.45 34.57 41.43 34.34 31.73 28.69 17.99 21.11 23.68 40.46 18.70 33.84 26.57 30.68 34.20 27.62 32.47 39.72 38.93 36.86 35.34 21.70 24.34 15.64 27.71 ]

```

21.95 14.65 10.64 6.37 12.59 12.57 14.18 9.37 0.00 12.72 32.42 32.46 43.17 31.62
14.19 ]
[ 52.10 43.45 31.68 37.79 44.65 37.56 47.29 46.19 43.58 37.36 39.93 47.87 34.95
37.06 42.82 33.90 37.43 30.85 29.64 39.60 26.46 24.39 35.22 24.92 21.53 18.86 30.94
25.18 29.61 22.78 18.51 15.81 15.79 17.41 7.54 12.70 0.00 50.02 47.93 46.40 34.85
17.41 ]
[ 4.94 11.27 42.78 48.89 6.46 16.30 3.62 4.30 12.94 13.45 9.24 11.29 14.01 15.80
15.52 21.47 24.99 41.95 46.80 54.05 61.75 59.68 49.67 36.03 51.63 41.60 32.94 26.29
23.92 20.46 24.34 36.77 36.75 40.14 43.23 32.34 50.23 0.00 4.34 9.72 17.87 40.15
]
[ 9.36 8.91 40.41 46.53 3.50 11.88 0.77 4.33 12.97 13.48 9.28 12.46 14.04 11.38
15.55 18.35 21.87 39.59 44.44 51.69 59.39 57.32 47.30 33.66 49.27 39.24 30.58 23.18
20.80 20.49 24.37 34.41 34.39 37.78 40.86 32.38 47.87 4.41 0.00 7.36 13.44 37.79
]
[ 18.01 9.36 33.09 39.21 10.57 4.56 13.20 14.44 11.84 12.35 20.41 26.33 14.68 4.06
23.30 11.03 14.55 32.26 37.11 44.36 52.06 50.00 39.98 26.34 41.95 31.91 23.26 15.85
13.48 18.06 21.76 27.08 27.07 30.46 33.54 37.30 40.55 16.13 13.84 0.00 6.12 30.47
]
[ 16.71 8.06 27.97 34.08 9.27 2.72 11.91 13.15 10.54 11.05 19.11 25.03 13.38 2.22
22.00 6.38 9.90 27.14 31.99 39.24 46.94 44.87 34.86 21.22 36.83 26.79 16.58 11.20
8.83 13.41 17.11 21.96 21.94 25.34 28.42 32.18 35.42 14.83 12.55 11.01 0.00 25.34
]
[ 42.07 33.42 17.33 23.45 34.63 27.54 37.27 36.16 33.56 34.07 42.12 48.05 36.40
27.04 45.02 23.88 27.40 16.50 18.68 28.60 22.31 20.24 24.22 10.58 10.38 2.75 20.91
15.15 19.59 24.12 24.12 5.79 5.77 0.43 10.44 14.20 17.45 40.00 37.91 36.37 24.82
0.00 ] ] ;

// Tiempo de Servicio
s =[ 0.05 0.10 0.05 0.10 0.15 0.05 0.10 0.15 0.10 0.15 0.05 0.05 0.10 0.05 0.10
0.15 0.10 0.15 0.05 0.10 0.15 0.05 0.10 0.10 0.10 0.15 0.10 0.15 0.10 0.15 0.10
0.05 0.10 0.05 0.10 0.05 ] ;

```

## Anexo B: Parámetros de los vehículos

ACOTRAM

Cálculo Archivo Formularios Imprimir Edición Ayuda Observatorio de Costes

Costes repercutidos a todos los servicios

Características Técnicas y de Explotación Vehículo de Tracción Semirremolque, Remolque y Equipos Auxiliares Personal, Seguros y Costes Fiscales Carburante, Urea, Neumáticos, Mantenimiento, Reparaciones y Peajes Costes Indirectos Resultados Costes de un servicio concreto Cerrar Grabar

**Características Técnicas y de Explotación (Furgoneta)**

**Cálculo Personalizado (24/11/2020)**

**Características técnicas del vehículo**

Descripción: Furgoneta

	CV	kW
Potencia	130	96
Masa Máxima Autorizada (kg)	3.500	
Carga útil (kg)	1.500	
Número de ejes	2	

**Características de explotación del vehículo**

Descripción: Distribución

**Kilómetros recorridos:**

	%	kilómetros
Kilómetros recorridos anualmente		30.000
Kilómetros recorridos anualmente en carga	75,0	60.000
Kilómetros recorridos anualmente en vacío	25,0	20.000

**Tiempo de actividad:**

	%	Horas
Horas trabajadas al año		1.800
Horas trabajadas al año en carga	75,0	1.350
Horas trabajadas al año en vacío	25,0	450
Días trabajados al año		225
Horas trabajados por jornada		8,00

**Toneladas transportadas:**

	Toneladas
Carga media en los kilómetros recorridos en carga	
Producción anual	

**Observatorio de Costes (31/10/2018)**

**Características técnicas del vehículo**

Descripción: Furgoneta

	CV	kW
Potencia (C.V.)	130	96
Masa Máxima Autorizada (kg)	3.500	
Carga útil (kg)	1.500	
Número de ejes	2	

**Características de explotación del vehículo**

Descripción: Distribución

**Kilómetros recorridos:**

	%	kilómetros
Kilómetros recorridos anualmente		50.000
Kilómetros recorridos anualmente en carga	75,0	37.500
Kilómetros recorridos anualmente en vacío	25,0	12.500

**Tiempo de actividad:**

	%	Horas
Horas trabajadas al año		1.800
Horas trabajadas al año en carga	75,0	1.350
Horas trabajadas al año en vacío	25,0	450
Días trabajados al año		225
Horas trabajados por jornada		8,00

Figura 3.12: Características técnicas y de explotación del camión seleccionado (Fuente: [22])

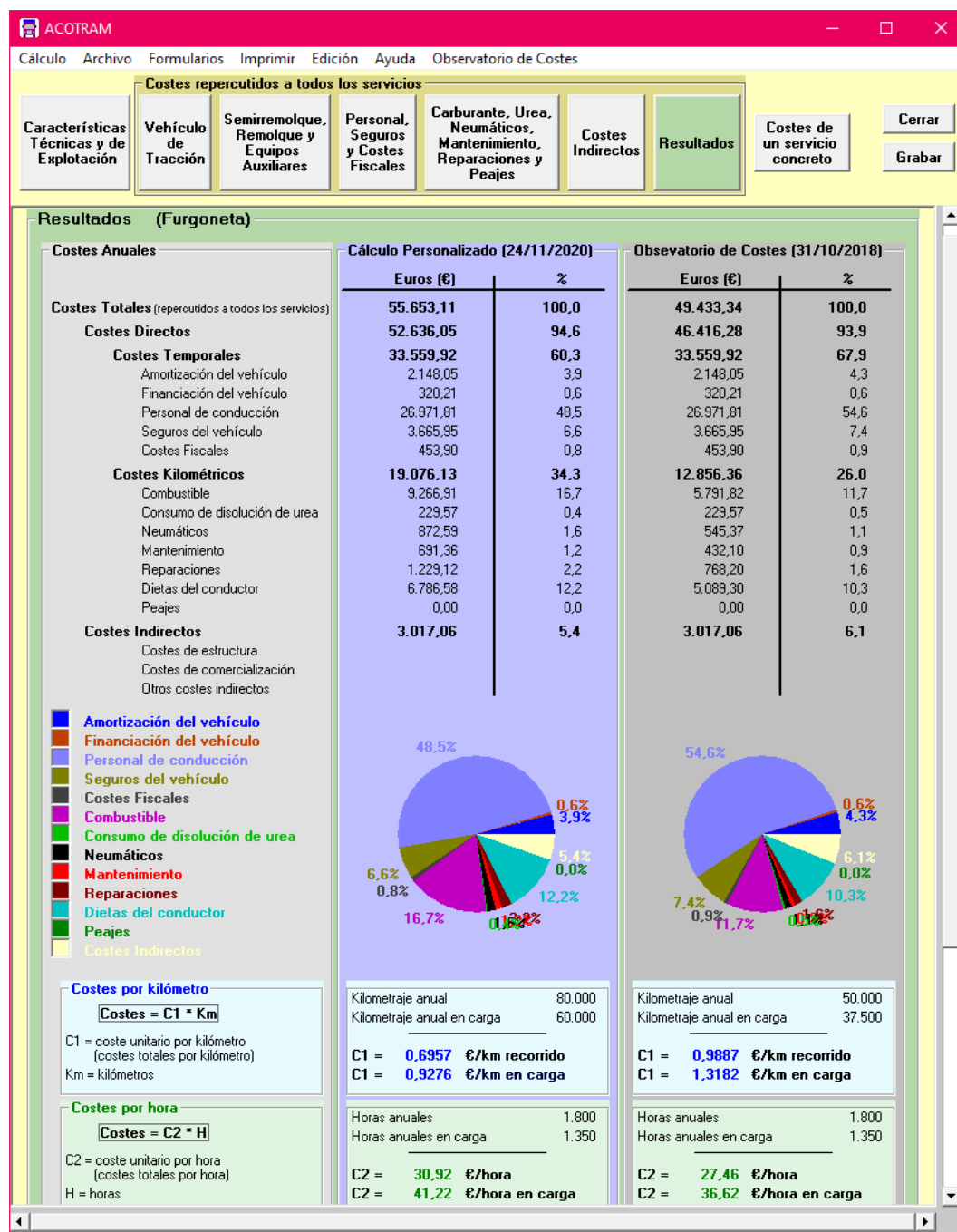


Figura 3.13: Costes totales del camión seleccionado (Fuente: [22])

<b>Clientes</b>	<b>Puntos focales</b>
Apies	E. Galp (11,2km), E. AGP (12,2km), E. Bonet (13,75km), E. Repsol (15,73km), Ibieca (17,66km)
Chibluco	E. Galp (8,14km), E. AGP (11,04km), E. Bonet (11,68km), E. Repsol (12,18km), Ibieca (13,64km), Velillas (16,14km)
Santa Eulalia	E. Galp (7,7km), Ibieca (9,07km), E. Repsol (9,76km), E. Bonet (12,33km), Velillas (12,38km), E. AGP (12,99km), Casbas de Huesca (14,19km), Torres de Montes (15,56km), Angues (16,45km)
Panzano	Ibieca (6,36km), Casbas de Huesca (6,39km), Velillas (10,57km), Angues (11,31km), Abiego (12,7km), E. Repsol (12,92km), Torres de Montes (13,26km), E. Galp (14,99km), Adahuesca (15,10km), Blecua (17,04km), Lascellas (17,83km), Ponzano (17,84km)
Yaso	Casbas de Huesca (5,25km), Ibieca (8,05km), Abiego (10,19km), Angues (10,54km), Velillas (11,31km), Adahuesca (11,85km), Torres de Montes (13,40km), E. Repsol (14,8km), Huerta de Vero (15,4km), Buera (15,56km), Lascellas (15,89km), Ponzano (15,9km), Colungo (16,24km), Blecua (16,85km), Azara (16,86km), E. Galp (17,6km)
Labata	Casbas de Huesca (4,05km), Ibieca (4,77km), Velillas (8,47km), Angues (8,89km), Abiego (10,67km), Torres de Montes (10,98km), E. Repsol (11,53km), Adahuesca (13,76km), E. Galp (14,31km), Blecua (14,70km), Lascellas (15,52km), Pozano (15,53km), Huerta de Vero (16,95km), Antillon (16,95km), Azara (17,18km), Buera (17,71km)
Junzano	Casbas de Huesca (2,38km), Angues (3,57km), Abiego (5,04km), Velillas (6,81km), Ibieca (7,11km), Torres de Montes (7,30km), Lascellas (9,10km), Ponzano (9,12km), Adahuesca (10,03km), Blecua (10,08km), Azara (11,01km), Antillon (11,57km), E. Repsol (11,95km), Huerta de Vero (12,19km), Peraltila (12,92km), E. Peraltila (13,24km), Buera (14,04km), Pertusa (14,98km), E. Galp (16,30km), Laluega (16,31km), Colungo (16,43km), Salas Altas (16,69km), Castillazuelo (17,8km)
Salinas de Hoz	Colungo (4,65km), Buera (7,23km), Salas Altas (7,26km), Huerta de Vero (10,53), Adahuesca (10,92km), Castillazuelo (12,18), Abiego (16,70km), Azara (16,77km), Peraltila (16,99km), E. Peraltila (17,15km)
Liesa	Colungo (2,19km), Buera (2,89km), E. Bonet (4,52km), Casbas de Huesca (5,45km), Lascellas (6,58km), Ponzano (6,93km), Galp (8,71km), Laluega (9,24km), E. Repsol (11,65km), Angues (12,19km), Azara (12,45km), Blecua (14,39km), Berbegal (14,39km), Ibieca (14,40km), Velillas (16,83km), E. Peraltila (17,34km), Salas Altas (17,61km)
Bespen	E. Peraltila (2,53km), Velillas (2,78km), Ibieca (5,78km), Berbegal (5,72km), Salas Altas (6,52km), Torres de Montes (6,53km), Pertusa (6,54km), Colungo (8,20km), E. Repsol (9,81km), Azara (10,18km), Salas Bajas (10,72km), Blecua (11,01km), E. AGP (11,30km), Antillon (11,44km), Castillazuelo (12,19km), Buera (12,35km), Casbas de Huesca (15,39km), E. Bonet (15,48km), Abiego (16,52km), Peraltila (17,08km), Adahuesca (17,56km)
Laperdiguera	Peraltila (1,34km), Angues (5km), Adahuesca (6,81km), Lascellas (7,26km), Abiego (7,52km), E. Bonet (8,53km), Casbas de Huesca (8,54km), Salas Bajas (8,72km), Buera (10,8km), Azara (12,53km), Castillazuelo (13,77km), E. Repsol (14,58km), Berbegal (14,65km), E. AGP (15,65km), Pertusa (16,16km), Antillon (16,52km), Torres de Montes (16,83km), Ibieca (17,36km)
Fornillo	Salas Altas (4,90km), E. Peraltila (9,98km), Laluega (12,11km), Azara (12,16km), Colungo (12,45km), Castillazuelo (14,37km), Casbas de Huesca (15,9km), Blecua (16,08km), Ibieca (16,20km), Torres de Montes (16,21km), E. Bonet (17,46km), Lascellas (17,75km)
Torres de Alcanadre	E. Repsol (4,03km), E. AGP (6,64km), Adahuesca (8,66km), Peraltila (9,10km), Abiego (11,18km), Pertusa (11,18km), Buera (11,76km), Velillas (12,27km), Berbegal (12,44km), E. Bonet (13,01km), Salas Bajas (15,38km), Antillon (16,01km), Ibieca (17,34km)
Cregenzan	Buera (4,86km), E. Bonet (6km), Pertusa (6,6km), Velillas (10,38km), Peraltila (10,64km), Abiego (11,9km), Angues (12,90km), Casbas de Huesca (12,95km), Adahuesca (13,88km), Salas Bajas (13,9km), E. Peraltila (17,41km), Laluega (17,56km), Lascellas (17,57km), Berbegal (17,73km)

Cuadro 3.9: Posibles puntos focales para cada cliente atendido por un dron GRIFF 135 (Fuente: Elaboración propia)